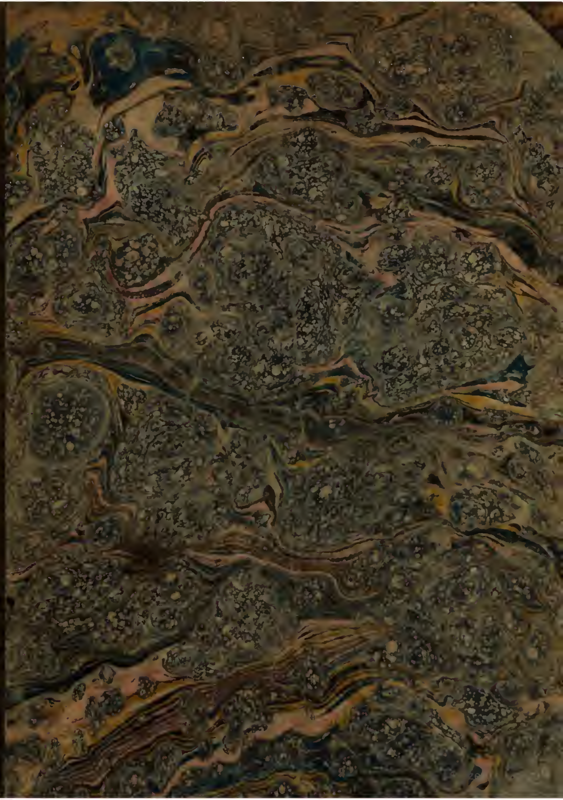


TRAITÉ DE PERSPECTIVE.

TRAITÉ

DE

PERSPECTIVE,

PAR J. B. O. LAVIT,

ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

PROFESSEUR A L'ATHÉNÉE DE PARIS (CI-DEVANT LYCÉE).

TOME SECOND.





A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE DE P. DIDOT L'AINÉ.

CHEZ FIRMIN DIDOT, RUE DE THIONVILLE.

AN XII—M. DCCCIV.

AVERTISSEMENT.

Mon intention en présentant cet ouvrage au public ayant été de rendre l'étude de la Perspective plus facile, sans cependant la détacher des sciences exactes, j'ai suivi dans ce second volume le plan du premier, et je n'ai employé pour démontrer les problêmes que les propositions les plus simples de la géométrie. Le travail en a été plus pénible et moins agréable, parceque l'analyse m'auroit souvent fourni des résultats, sinon plus exacts, du moins plus généraux et plus expéditifs; mais je n'aurois point été entendu des personnes auxquelles il est particulièrement destiné, et dont j'exige déja des connoissances en géométrie.

Si, comme le marquis de l'Hôpital, j'avois traité les lignes harmoniques algébriquement, je n'aurois été entendu que des savants; au lieu que de simples propositions de géométrie me mettent à la portée de tous ceux pour qui l'étude de la Perspective est une chose essentielle et non de pure curiosité: c'est ce qui m'a également déterminé à ne point employer les courbes caustiques pour donner la maniere de tracer les dessins qui doivent être réfléchis dans les miroirs, quelle que soit leur forme, et ce qui m'a fait resserrer le

chapitre dans lequel je traite de la partie visible, de la partie éclairée, et de l'ombre portée des spheres, puisque cette partie visible, cette partie éclairée, et cette ombre portée se déterminent par l'intersection de cônes obliques par un plan, lesquelles intersections sont appelées *sections coniques*. Il seroit donc très avantageux au dessinateur de connoître ces mêmes sections coniques, il pourroit déterminer avec plus de facilité et de promptitude la partie visible des corps terminés par des surfaces courbes : néanmoins je n'ai négligé aucun problême important; ceux que quelques personnes pourroient y desirer étant plus curieux qu'utiles, composent ce qu'on peut appeler le luxe de la science.

J'ai promis, dans le premier volume, de donner des applications à l'architecture; mais comme je n'ai pas entendu donner la maniere de mettre en perspective une colonne ou un ordre d'architecture quelconque, ce qui n'étant qu'une application toute simple des principes que j'ai déja donnés, seroit un double emploi, j'ai cru beaucoup plus utile de donner la maniere de déterminer les ombres portées dans l'intérieur des voûtes, quelle que soit leur position, les ombres portées sur et dans les cylindres, quelle que soit de même leur position; ce qui fournit nécessairement les moyens de tracer exactement les ombres portées dans les moulures. J'ai aussi pensé qu'on trou-

veroit plus utile d'avoir la maniere de déterminer la perspective de la pénétration des corps terminés par des surfaces courbes, c'est-à-dire la maniere de construire une porte cintrée dans une tour ronde; ce qui revient à la maniere de construire la perspective de l'intersection de deux cylindres.

Pour faciliter la pratique j'ai donné toutes les constructions des problêmes contenus dans ce volume sans employer de plan géométral.

TRAITÉ
DE PERSPECTIVE.

SUPPLÉMENT DU PREMIER VOLUME.

Étant donnés le rayon perspectif ab *d'un cercle, la ligne de fuite* xy *du plan dans lequel on le suppose, et la place de l'œil* D, *trouver la perspective du cercle sans faire un plan géométral.*

PRATIQUE.

Fig. 1re. PROLONGEZ le rayon perspectif *ab* jusqu'à ce qu'il coupe la ligne de fuite *xy* au point F^1; au point *a* élevez *ac* perpendiculairement à la ligne de fuite *xy;* joignez le point D et le point F^1 par la ligne F^1D; au point F^1 élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite *xy;* du point F^1, comme centre, et d'un rayon égal à F^1D, décrivez l'arc DD^1; du point D^1 au point *b* menez D^1b, qui, par son intersection avec la perpendiculaire élevée au point *a*, donne *ac* perspectivement égale à *ab*. Par le point *a*, centre perspectif du cercle, menez une ligne quelconque maF^2; au point F^2, où elle coupe la ligne de fuite *xy*, élevez une perpendiculaire indéfinie; du point D au point F^2 menez DF^2; du point F^2, comme centre, et d'un rayon

égal à F^2D, décrivez l'arc DD^2; par les points D^2 et c menez D^2c prolongée, qui, par son intersection m avec la ligne maF^2, donne ma perspectivement égale à ab, et conséquemment le point m pour un point de la circonférence. Transportez la distance F^2D^2 de F^2 en d^2; menez cd^2, qui, par son intersection avec maF^2, donne le point n pour un autre point de la circonférence. Faites passer par le centre perspectif plusieurs autres lignes telles que pF^3; répétant l'opération, vous obtiendrez encore deux points de la circonférence pour chacune des lignes que vous aurez fait passer par le centre perspectif. Au point a menez une ligne parallele à xy; transportez la ligne ac de a en r, et de a en i, vous obtiendrez les deux points r et i, qui sont deux points de la circonférence.

DÉMONSTRATION.

Si on prolonge le rayon perspectif ba jusqu'à ce qu'il coupe la ligne de fuite xy, le point d'intersection sera le point de fuite du rayon perspectif (corollaire 3ᵉ, définition 2ᵉ, tome 1ᵉʳ); la perpendiculaire $x^1F^1y^1$ est la ligne de fuite du plan dans lequel se trouvent les deux lignes ba et ac (corollaire 6ᵉ, définition 8ᵉ, tome 1ᵉʳ); la ligne DF^1 est la distance du point de fuite F^1 (définition 12ᵉ, tome 1ᵉʳ): cette distance, ramenée sur la ligne x^1y^1, est F^1D^1; D^1cb donne ca perspectivement égale à ba par la propriété de la diagonale perspective (corollaire de la figure 17, tome 1ᵉʳ); le point F^2 est le point de fuite de la ligne ma prolongée; la ligne $x^2F^2y^2$ est la ligne de fuite du plan qui passe par les deux lignes ma et ac (corollaire 6ᵉ, définition 8ᵉ, tome 1ᵉʳ); la ligne F^2D est la distance du point de fuite F^2: cette distance, ramenée sur la ligne de fuite x^2y^2, est F^2D^2; la ligne D^2c prolongée, par son intersection avec F^2a prolongée, donne ma perspectivement égale à ac. La distance

F^1D^2 étant transportée de F^2 en d^1 sur la ligne de fuite x^2y^2, la ligne d^1c, par son intersection avec maF^1 donne *an* perspectivement égale à *ac*, propriété de la diagonale perspective (corollaire de la figure 17, tome 1er). Même démonstration pour tout autre point. Les rayons *ar, ai*, *ac* étant dans un plan parallele au tableau, sont géométralement de même grandeur.

Etant donnés le rayon perspectif d'un cercle, la ligne de fuite du plan dans lequel on suppose ce cercle, la place de l'œil, déterminer la perspective d'un arc dont le nombre des degrés est connu.

PRATIQUE.

Soit xy la ligne de fuite du plan du cercle, AB le rayon perspectif donné, et D l'œil.

Fig. 2. Prolongez le rayon AB jusqu'à ce qu'il coupe la ligne de fuite xy au point F; au point F élevez la ligne Fy perpendiculairement à la ligne xy; du point F, comme centre, et d'un rayon égal à FD, décrivez l'arc DD^1; au point B élevez une perpendiculaire à la ligne xy; du point D^1 au point A menez D^1A, qui, par sa rencontre O avec la perpendiculaire élevée au point B, donne BO perspectivement égale à AB. Au point D menez DF^2, faisant l'angle FDF^2 égal au nombre des degrés de l'arc donné; par le point F^2 et le point B menez la ligne F^2B prolongée; au point F^2 élevez perpendiculairement à xy la ligne F^2y^2; du point F^2, comme centre, et d'un rayon égal à F^2D, décrivez l'arc DD^2; par le point D^2 et le point O menez la ligne D^2O prolongée, qui, par son intersection avec la ligne F^2B prolongée, donne le point E pour un point de l'arc. Menez entre les deux lignes EB, AB plusieurs lignes, telles que CB; répétant pour chacune de ces lignes la con-

struction employée pour la ligne EB, on obtient autant de points de l'arc qu'il y a de lignes entre EB et AB.

DÉMONSTRATION.

Le rayon AB prolongé détermine son point de fuite F (corollaire 3e, définition 11e, tome 1er); la ligne Fy est la ligne de fuite du plan qui passe par les lignes AB, OB (corollaire 6e de la définition 8e, tome 1er); la distance du point de fuite F est DF (défin. 12e, t. 1er) : cette distance, ramenée sur la ligne Fy, est FD^1; la ligne D^{1}A donne BO perspectivement égale à AB par la propriété de la diagonale perspective (corollaire de la figure 17, tome 1er) : on peut encore considérer la ligne BO comme étant la ligne originale qui a pu produire la perspective BA. La ligne DF^2, faisant avec DF un angle égal au nombre des degrés de l'arc donné, détermine le point de fuite F^2 d'une ligne perspective, qui fera avec AB un angle perspectif égal au nombre des degrés de l'arc donné; conséquemment l'arc donné doit être compris entre les deux lignes AB, EB. Il faut maintenant déterminer la longueur de BE. La ligne DF^2 est la distance du point de fuite F^2 (définition 12e, tome 1er); la ligne de fuite du plan qui passe par les lignes EB, OB est F$^2y^2$ (corollaire 6e, définition 8e, t. 1er); la distance du point de fuite F^2, ramenée sur la ligne de fuite F$^2y^2$, est F^{2}D^3; la ligne D^{3}O, par son intersection avec F^{2}B prolongée, donne EB perspectivement égale à BO, et perspectivement égale à AB; conséquemment le point E est un des points de l'arc demandé. Répétant l'opération pour chacune des lignes menées entre EB et AB, vous obtiendrez de nouveaux points de l'arc demandé; et vous aurez d'autant plus de points de cet arc, que vous aurez mené plus de lignes entre AB et EB : si la distance ne peut pas être contenue dans le tableau, alors vous emploierez l'un des deux moyens

de diminuer la distance (tome 1er, pages 51, 52, et application, page 53).

Étant donnés la corde d'un arc de cercle, le nombre des degrés de l'arc soutendu par cette corde, la ligne de fuite du plan dans lequel on suppose le cercle, et la distance de l'œil au tableau, déterminer la perspective du cercle sans employer un plan géométral.

PRATIQUE.

Soit *xy* la ligne de fuite du plan du cercle, D l'œil, et AB la corde, qu'on suppose être de 40°.

Fig. 3. Du point A ou du point B menez une ligne quelconque BC, qui rencontre la ligne de fuite *xy* au point F; joignez le point F et le point D par la ligne FD; menez la ligne DF^1 de maniere à ce qu'elle fasse avec FD un angle de 20°; menez ensuite la ligne AF^1; par son intersection avec BF elle détermine le point C, qui appartient à la circonférence. Pour obtenir un autre point, du point B menez la ligne BF^1; du point D menez la ligne DF^2, qui fasse avec la ligne DF^1 un angle de 20°; par le point A et le point F^2 menez AF^2, qui, par son intersection H avec BF^1, détermine un autre point de la courbe. Répétez cette opération autant de fois que vous voudrez avoir de points de la circonférence.

DÉMONSTRATION.

Tous les angles qui, ayant leurs sommets à la circonférence, s'appuient sur une même corde, sont égaux, comme ayant pour mesure le même arc; tout angle qui a son sommet à la circonférence a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés : ainsi la ligne DF^1, qui fait avec DF un angle de 20°,

donne le point de fuite F' de la ligne AF', qui fait avec BF un angle perspectif de 20°, et conséquemment donne le point C comme un des points perspectifs de la circonférence. Même raisonnement pour tout autre point.

Étant donnée une ligne qu'on suppose être le diametre perspectif d'un cercle, en construire la perspective sans employer un plan géométral.

PRATIQUE.

Soit *ab* la perspective du diametre donné, *xy* la ligne de fuite du plan dans lequel on suppose le cercle, et D l'œil.

Fig. 4. Prolongez *ab* jusqu'à son point de fuite F; menez la ligne DF; du point F, comme centre, et d'un rayon égal à FD, décrivez l'arc DD', qui amene la distance FD en FD' sur la ligne de fuite *xy*. Par l'extrémité *b* du diametre donné menez une ligne parallele à la ligne de fuite *xy;* par le point D' et le point *a* menez D'*a* prolongée, qui, par sa section *c* avec *bc*, donne *bc* pour ligne originale du diametre *ab*. Divisez *bc* en deux parties égales; au point *m* menez *m*D', sa section avec *ab* donne *o* pour le centre perspectif du cercle. Par le point *o* menez une parallele à *xy;* menez *b*D', qui, par sa section *r* avec la parallele menée du point *o*, donne *or* perspectivement égale à *mb*, et conséquemment *or* est la grandeur perspective du rayon parallele à la ligne de fuite; transportez *or* de *o* en *s*, *sr* sera alors le diametre perspectif parallele à la ligne de fuite. Ramenez la distance CD en CD² et CD³ sur la ligne de fuite *xy;* menez C*o* prolongée; menez D²*s* ou D³*r* prolongée, qui coupera C*o* au point S. Par les points *s* et *r* et le point C menez C*s* et C*r*, coupant la parallele menée du point S en T et V; par les points *h* et *f*, où les deux diago-

nales VD^2, TD^3 coupent les lignes CT, CV, menez *hf* parallele à *xy*, vous aurez *n*S pour un diametre perspectif. Menez DD^2, DD^3; des points D^2 et D^3, comme centre, amenez les distances D^2D, D^3D en D^2D^4, et D^3D^5 sur la ligne de fuite *xy;* menez les deux lignes D^5s, D^4r, qui coupent les deux diagonales VD^2, TD^3 aux points *i* et *v*, qui sont deux points de la circonférence; menez sD^4, rD^5, qui, par leurs intersections avec les diagonales perspectives VD^2, TD^3, terminent les deux diametres *iz*, *vq*. Par les dix points S, *i*, *r*, *q*, *n*, *a*, *z*, *s*, *v*, *m* faites passer une courbe, qui sera la perspective de la circonférence demandée.

DÉMONSTRATION.

Le point F est le point de fuite du diametre donné *ba* (corollaire 3e, définition 11e, tome 1er); FD est la distance de ce même point F: cette distance, ramenée sur la ligne de fuite *xy*, est FD^1; la ligne D^1ac donne *bc* pour la ligne originale qui a pu produire le diametre; conséquemment la ligne mD^1 menée du milieu de *bc*, par son intersection avec *ba*, détermine le point *o* pour centre perspectif du cercle. Les deux lignes mD^1, bD^1 sont deux paralleles perspectives, puisqu'elles concourent au même point D^1; les deux lignes *mb*, *or* sont des paralleles perspectives comprises entre paralleles perspectives; *or* est donc perspectivement égale à *mb*, mais *mb* est le rayon original; donc *or* est égale au rayon. Transportant *or* de *o* en *s*, *sr* sera un diametre perspectif, ce qui donnera déja quatre points de la circonférence; par le point C, centre de la ligne de fuite, menez C*o* prolongée indéfiniment; amenez la distance CD en CD^2 et CD^3 sur la ligne de fuite *xy;* la ligne D^2s prolongée étant une diagonale perspective, donne *o*S perspectivement égale à *os;* *os* étant un rayon perspectif, *o*S

est par conséquent un rayon perspectif. Les lignes VoD^2, ToD^3 sont des diagonales perspectives; conséquemment $hfVT$ est un carré, *on* un rayon perspectif, et Sn un diametre. Les lignes D^2D, D^3D sont les distances des points de fuite D^2, D^3: ces distances, ramenées sur la ligne de fuite xy, sont D^2D^4, D^3D^5. Les deux lignes D^5s, D^5r, par leurs intersections avec TD^3, donnent vq perspectivement égale à sr; alors vq est un diametre perspectif, et les points v, q sont deux points de la circonférence. Les deux lignes D^4s, D^4r, par leurs intersections avec VD^2, donnent iz perspectivement égal à sr; conséquemment iz est un diametre, et les points i et z sont deux points de la circonférence. Par ce moyen on obtient dix points de la circonférence perspective; on peut en obtenir davantage en cherchant la perspective de plusieurs autres diametres.

Étant donnée une ligne que l'on regarde comme le côté perspectif d'un octogone, déterminer la perspective d'un cercle sans employer un plan géométral, la ligne de fuite du plan de l'octogone et la distance de l'œil étant données.

PRATIQUE.

Soit AB le côté donné de l'octogone, xy la ligne de fuite, DC la distance de l'œil, et conséquemment C le centre de la ligne de fuite.

Fig. 5. Amenez le point D en D^1 et D^2 sur la ligne de fuite xy; des points A et B menez aux points D^1, D^2 les lignes AD^1, BD^2, qui donneront les perspectives totales ou indéfinies de deux côtés de l'octogone. Prolongez AB indéfiniment des deux côtés; faites BG égale à AB; du point D^2, comme centre, et d'un rayon égal à D^2D, décrivez l'arc de cercle DD^3, qui amene le point D en D^3 sur la ligne de fuite xy; menez GD^3, qui,

par sa section avec BD², donne BH perspectivement égale à BG et à AB, conséquemment BH pour un côté perspectif de l'octogone. Amenez de même D'D en D'D⁴, la ligne ED⁴ coupera la ligne AD¹ au point I, et donnera IA pour un autre côté de l'octogone. Menez CI, CH prolongées jusqu'à ce qu'elles coupent AB prolongée aux points L et M; menez LD², MD¹, qui couperont MC, LC aux points N et O; joignez ces points par la ligne NO; les lignes AC, BC, par leurs intersections avec ON, donneront SR perspectivement égale à AB: enfin D²S, D¹R prolongées, par leurs intersections P et Q avec les lignes LC, MC, completeront la perspective de l'octogone, en donnant les deux côtés perspectifs IP, QH. Il est évident que si l'on trace une courbe qui touche les côtés de cet octogone, elle sera la perspective de la circonférence; il faut donc, pour plus d'exactitude, déterminer les points de tangence perspectifs. Par le milieu de AB menez C-1, qui donnera les points de tangence 1 et 2; les deux diagonales LD², MD¹ donnent les quatre points de tangence 3, 4, 5, 6; la ligne menée par le point T, parallèlement à xy, donne les deux points de tangence 7 et 8; par les huit points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, faisant passer une courbe, on aura la perspective de la circonférence. On peut obtenir la perspective du cercle par le moyen des autres figures régulieres, dont j'ai donné la perspective dans le premier volume; la perspective du cercle sera d'autant plus exacte, que la figure employée sera composée d'un plus grand nombre de côtés.

DÉMONSTRATION.

L'œil D, ramené en D¹D² sur la ligne de fuite xy, donne ces points pour les points de fuite des lignes qui font un angle de 45°. Le côté AB étant parallele à la ligne de fuite xy, les deux côtés AI, BH feront des angles de 45° avec le côté BA

prolongé, et conséquemment les points D^1D^2 seront les points de fuite de ces côtés perspectifs; la distance D^2D^3 est la distance D^2D ramenée sur la ligne de fuite *xy*; BG étant égale à AB, la ligne GD^3 donnera BH perspectivement égale à AB, puisque la ligne GD^3 est la perspective d'une diagonale, et que la diagonale perspective passe par les deux angles perspectifs du carré perspectif. Même opération pour le point I et même démonstration. Les deux angles HBM, MHB, étant chacun de 45° perspectifs, sont perspectivement égaux; ainsi l'angle HMB est de 90 degrés perspectifs, et représente un angle droit perspectif; QH est donc perspectivement perpendiculaire à AB prolongée, et doit nécessairement concourir au point C; ainsi CH est la perspective totale d'un côté de l'octogone. Les côtés de l'octogone étant paralleles de cinq en cinq, le cinquieme côté est parallele au premier; ainsi le côté IP doit concourir au même point que le côté HQ. La diagonale LD^3 donne MO perspectivement égale à LM; conséquemment MONL est le carré perspectif dans lequel se trouve inscrit l'octogone perspectif. ON étant le cinquieme côté, à partir de AB, est nécessairement parallele à AB; ON est donc la perspective indéfinie d'un des côtés de l'octogone. Menez AC, BC, les deux lignes SR et AB seront perspectivement égales, comme étant des paralleles perspectives comprises entre les paralleles perspectives AC, BC; conséquemment SR est un côté de l'octogone. Le côté qui doit partir du point R étant le cinquieme côté à partir du côté IA, doit être perspectivement parallele au côté IA, et concourir au même point D^1. Le côté PS doit par la même raison concourir au point D^2. Les lignes 6-4, 3-5, 1-2, 7-8, perspectivement perpendiculaires sur le milieu des côtés, déterminent les points tangents.

Construire la perspective d'un cercle dans un plan vertical, étant données la perspective d'un des côtés de l'octogone dans lequel le cercle est inscrit ou circonscrit, la ligne de fuite du plan, et la distance de l'œil.

PRATIQUE.

Fig. 6. La construction de ce problême étant la même que celle du précédent, il est inutile de la répéter; j'ai seulement conservé dans cette figure les mêmes lettres aux points semblables.

DÉMONSTRATION.

La démonstration est la même que la précédente.

Étant données les circonférences de deux cercles, mener une tangente commune à ces deux cercles.

PRATIQUE.

Fig. 7. Joignez les centres A et B des deux circonférences; du point H, milieu de AB, et d'un rayon égal à HB ou HA, décrivez une demi-circonférence; portez la différence du grand rayon au petit de A en C; menez ACE; joignez le point C et le point B par la ligne CB; par le point E menez une parallele à la ligne CB, elle sera la tangente demandée, puisqu'elle touchera les deux circonférences aux points E et L.

DÉMONSTRATION.

AC étant l'excès du grand rayon sur le petit, CE est égale à BL; l'angle ACB est un angle droit, puisqu'ayant son sommet à la circonférence, il s'appuie sur les extrémités d'un diametre, et que par conséquent il a pour mesure la moitié de

la demi-circonférence, c'est-à-dire 90°; CB est donc perpendiculaire sur AE; mais la ligne EL est, par construction, parallele à CB; les deux lignes CB, EL sont toujours éloignées l'une de l'autre d'une distance égale à CE, le rayon du petit cercle; EL passe donc par l'extrémité L du rayon perpendiculaire BL, qui marque la distance du point B à la ligne EL; elle est donc perpendiculaire à l'extrémité du rayon qui marque la distance du point B à la ligne EL; la ligne EL est donc tangente au petit cercle : mais comme par construction elle touche le grand cercle, elle est conséquemment tangente commune aux deux cercles.

Étant donnés trois points perspectifs qui ne soient point sur une ligne droite, la ligne de fuite d'un plan, et sa distance, faire passer par ces trois points, sans employer un plan géométral, la perspective d'une circonférence.

PRATIQUE.

Soit xy la ligne de fuite donnée, D l'œil, et A, B, C les trois points par lesquels doit passer la circonférence perspective.

Fig. 8. Menez les deux lignes AC, BC prolongées jusqu'à ce qu'elles coupent la ligne de fuite aux points M et N; menez DM, DN; faites les deux angles MDR, NDO chacun égal à MDN; menez AM, BN, les lignes BR, AO, par leurs intersections avec AM, BN, donneront les points E et H pour deux points perspectifs de la courbe. Faites les angles RDS, ODP chacun égal à MDN; menez AR, BO, les lignes BS, AP, par leurs intersections Q et V avec AR et BO, donneront encore deux points perspectifs de la courbe: on aura d'autant plus de points qu'on répétera de fois cette opération.

DÉMONSTRATION.

Tous les angles faits au point D étant égaux, tous les angles SQR, REM, MCN, NHO, OVP représentent des angles égaux; conséquemment les angles AQB, AEB, ACB, AHB, AVB étant opposés au sommet des précédents, représentent aussi des angles égaux; mais ces angles s'appuient sur le même arc AB; ils ont donc leurs sommets à la circonférence; les points Q, E, C, H, V, B, A appartiennent donc à la circonférence perspective demandée.

Étant données la ligne de fuite d'un plan, une ligne qui tende dans cette ligne de fuite à un point hors du tableau, mener par un point donné une ligne qui tende au même point.

PRATIQUE.

Soit *xy* la ligne de fuite, AB la ligne donnée, et C le point par lequel il faut mener une ligne qui tende au même point F que la ligne AB.

Fig. 9. Par le point C menez une perpendiculaire à *xy*, qui coupe la ligne donnée en un point quelconque B; menez BO parallele à *xy* prolongée indéfiniment; prenez une distance quelconque BO; au point O menez parallèlement à BC une ligne indéfinie; du point donné C menez parallèlement à *xy* une ligne qui coupe en un point quelconque P la perpendiculaire élevée au point O; prenez à volonté un point F' dans l'intérieur du tableau et sur la ligne de fuite; menez OF', qui coupe la ligne donnée en un point quelconque M, et de ce point menez une parallele à BC, la ligne PF', par sa section N avec la perpendiculaire élevée au point M, donnera un point

de la ligne demandée. Par le point donné C et le point N menez CN prolongée, elle tendra au point F.

DÉMONSTRATION.

Pour que la ligne CE tende au point F, il faut que le rapport de NI à IM soit égal au rapport de CH à HB. Les deux triangles PF'O, NF'M sont semblables, puisque les deux lignes PO, NM sont paralleles; alors on a la proportion suivante, SO:SP :: MI:IN: mais les lignes BO, CP étant paralleles, SP est égale à CH, SO est égale à HB; conséquemment la proportion qu'on vient d'obtenir se change en celle-ci, HB:HC :: MI:IN; les deux lignes MI, IN sont entre elles dans le rapport de BH à HC, la ligne CN est donc la ligne demandée. Les autres lignes de la figure sont menées par le même moyen.

SECONDE MÉTHODE.

PRATIQUE.

Soit *xy* la ligne de fuite, AB la ligne donnée, et M le point par lequel il faut mener une ligne qui tende au point F hors du tableau.

Fig. 10. Par le point donné M menez à volonté la ligne AM prolongée; menez dans le tableau une ligne CS parallele à AM; joignez les points A et S par la ligne AS; menez MO parallele à *xy*, OP parallele à la ligne donnée AB; le point P, où la ligne OP coupe CS, est un point de la ligne demandée; menez MP, elle sera la ligne demandée. Même construction pour la ligne QV.

DÉMONSTRATION.

Pour que la ligne MP tende au point F, il faut que RP soit

à PS comme AM est à ME. Les deux triangles EAS, MAO sont semblables, puisque les deux lignes MO, ES sont paralleles; on a donc cette proportion EM:MA::SO:OA. Les deux triangles ASR, OSP sont semblables, parceque les deux lignes AR et OP sont paralleles; on a donc cette proportion SO:OA:: SP:PR: mais dans ces deux proportions on a le rapport commun de SO:OA; ces deux proportions se changeront donc en celle-ci, EM:MA::SP:PR; ce qui démontre que les lignes RS, EA sont coupées proportionnellement aux points M et P; conséquemment la ligne MP tend au point F.

TROISIEME MÉTHODE.

Étant données la ligne de fuite d'un plan, et une ligne qui tende hors du tableau à un point dans cette ligne de fuite, mener par un point aussi donné une ligne qui tende au même point.

PRATIQUE.

Soit *xy* la ligne de fuite du plan, CD la ligne donnée, et O le point par lequel il faut mener une ligne au point F hors du tableau.

Fig. 11. Par le point O faites passer une ligne quelconque *x*OC; par un point quelconque M menez une parallele à *x*OC jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne donnée en un point quelconque, comme, par exemple, le point D; prenez la grandeur *x*C, et portez-la du point D jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne de fuite *xy* en un point quelconque H; faites D-1 égale à CO; par le point 1 menez parallèlement à *xy* une ligne 1-2, qui coupe la ligne MD au point 2; par le point O et le point 2 menez O-2, elle sera la ligne demandée.

DÉMONSTRATION.

Pour que la ligne O-2 tende au point F, il faut que la ligne MD soit coupée au point 2, suivant le même rapport que la ligne xC au point O.

Si l'on examine les deux triangles semblables HDM, 1D-2, on aura DH:D-1::DM:D-2; mais, par construction, DH est égale à xC, et D-1 égale à CO; à la place de DH et de D-1 on peut mettre Cx et CO: cette proportion se changera donc en celle-ci, et on aura Cx:CO::DM:D-2; donc la ligne MD est divisée au point 2, suivant le même rapport que la ligne Cx au point O. La figure 12 est la même que la précédente; seulement les lignes tendent à un point de fuite opposé.

QUATRIEME MÉTHODE.

PRATIQUE.

Soit xy la ligne de fuite donnée, LM la ligne donnée, et A le point par lequel il faut mener une ligne qui tende au point F hors du tableau.

Fig. 13. Par le point donné A menez une ligne quelconque qui coupe les deux lignes xy et LM aux points C, L; par un point quelconque E menez EM parallele à CL; joignez le point C et le point M par la ligne CM; du point E menez une parallele à LM; par le point O, où cette parallele coupe CM, menez OP parallele à EM; joignez le point A et le point M par la ligne AM, qui coupera la ligne OP au point I; portez la distance IP de M en S; la ligne menée par les points A et S sera la ligne demandée.

DÉMONSTRATION.

Pour que la ligne AS tende au point F, il faut quc la ligne EM soit divisée au point S, dc maniere que ES soit à SM dans le même rapport que CA à AL; la démonstration se réduit donc à faire voir que EM est divisée au point S dans le rapport de AC à AL; les deux triangles CML, OMP sont semblables à cause des paralleles CL et OP; les deux triangles CMA, AML sont conséquemment semblables; on aura donc cette proportion CA : AL : : OI : IP; la ligne OP est donc divisée au point I, dans la proportion de CA à AL : mais la ligne EH étant parallele à LM, la ligne OP est égale à EM. En portant donc la ligne PI sur ME de M en S, la ligne ME sera divisée au point S dans le rapport de CA à AL; la ligne AS tendra donc au point F, et sera conséquemment la ligne demandée.

CINQUIEME MÉTHODE.

PRATIQUE.

Soit *xy* la ligne de fuite donnée, BA la ligne donnée, et O le point donné, par lequel il faut mener une ligne qui tende au mêmc point que la ligne AB.

Fig. 14. Du point B menez une perpendiculaire sur *xy*, elle sera nécessairement parallele à AN; par le point O menez une parallele à BS; prolongez AB jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne CO en un point quelconque C; portez la distance VA de S en E; par le point C menez CE, qui rencontre la ligne *xy* au point I; portez la distance EH de A en N, ou bien la distance SH de V en N; la ligne ON sera la ligne demandée.

DÉMONSTRATION.

Pour que la ligne ON tende au même point que la ligne AB, il faut que NV soit à VA comme OQ est à QC; les deux triangles CIO, EIH sont semblables à cause des parallèles BH, CO; on a donc cette proportion CQ : QO :: ES : SH : mais SE étant par construction égale à VA, SH est la grandeur proportionnelle à QO. Portant donc SH de V en N, la ligne ON est la ligne demandée.

Étant donnés la ligne de fuite d'un plan, le centre et la distance de cette ligne de fuite, l'éloignement du centre de la ligne de fuite à un point de fuite hors du tableau, mener par un point donné une ligne qui tende à ce point de fuite.

PRATIQUE.

Soit C le centre de la ligne de fuite donné, et A le point par lequel il faut mener une ligne qui tende au point de fuite F.

Fig. 15. Au point C élevez une perpendiculaire; prenez sur cette perpendiculaire une grandeur CD égale à une partie quelconque de la distance de la ligne de fuite donnée; dans cette figure, CD est égale au quart; prenez une partie CF^1 égale au quart de l'éloignement du point C au point F; du point donné A menez AC; prenez sur cette ligne CE égale au quart de AC; par les points E et F^1 menez EF^1; la ligne AB, menée parallèlement à EF^1, sera la ligne demandée.

DÉMONSTRATION.

Pour que la ligne AB tende au point F, il faut que les deux côtés CA, CF soient coupés proportionnellement par la ligne

AB; mais pour que ces deux côtés soient coupés proportionnellement par la ligne AB, il faut que cette ligne AB soit parallele à EF'; donc AB, parallele à EF', tend au point F.

Par le point perspectif donné A mener deux lignes, qui fassent entre elles un angle droit perspectif, le centre de la ligne de fuite étant donné, la distance de l'œil étant connue ; mais cette distance ne pouvant pas être contenue dans le tableau.

PRATIQUE.

Fig. 19. Prenez une partie quelconque de la distance, comme par exemple le tiers ou le quart, de maniere que cette partie puisse être contenue dans le tableau. J'en ai pris le tiers; ainsi D'C est le tiers de la distance. Au point D' faites un angle droit, les deux lignes D'*f*, D'*f*', qui formeront cet angle droit, couperont la ligne de fuite *xy* en deux points *f* et *f*'; du point A au point C menez AC; prenez SC égale au tiers de cette ligne; par le point S menez aux points *f*, *f*' les deux lignes S*f*, S*f*', ces deux lignes feront un angle droit perspectif; par le point A menez deux lignes, l'une parallele à S*f* et l'autre à S*f*', ces deux lignes feront au point A un angle de 90° perspectifs, ou un angle droit.

DÉMONSTRATION.

Les deux triangles FDC, *f*D'C sont semblables, comme ayant leurs côtés paralleles; alors D'C n'étant que le tiers de DC, *f*C est le tiers de FC, et *f*D' le tiers de DF; par la même raison C*f*' n'est que le tiers de CF'; donc C*f* n'est que le tiers de la vraie distance du point de fuite où doit tendre la ligne AE. Il faut donc démontrer que la ligne EA, pour tendre au

point F, doit être parallele à *f*S: puisque F*f* est double de C*f*, que AS est double de SC, supposant la ligne AE prolongée, on a deux triangles FCA, *f*CS, dont les côtés sont coupés proportionnellement aux points F et A; donc AE est parallele à *f*S. Même démonstration pour la ligne AH.

Étant données une ligne perspective, l'angle que cette ligne fait avec la base du tableau, la distance de l'œil ne pouvant pas être contenue dans le tableau, trouver la perspective d'une ligne qui fasse avec la ligne donnée un angle droit perspectif.

PRATIQUE.

Fig. 19. Prenez une partie de la distance telle que cette même partie puisse être contenue dans le tableau. Dans la figure j'ai pris le tiers de la distance; ainsi CD' est égale au tiers de CD. Par le point A menez AC; prenez CS égale au tiers de AC; du point D' menez D'*f*', qui fasse avec D'C un angle égal à celui que la ligne AH fait avec la base du tableau; menez S*f*'; par le point D' menez D'*f*, faisant avec D*f*' un angle droit; par le point S menez S*f*, et par le point A une ligne AE parallele à S*f*, cette ligne AE fera avec AH un angle droit perspectif.

DÉMONSTRATION.

La démonstration de cette figure est la même que celle du problême précédent.

Étant donnés une ligne perspective quelconque, l'angle que fait cette ligne avec la base du tableau, la ligne de fuite du plan de la ligne donnée, et son centre, déterminer la perspective d'une ligne qui fasse un angle donné avec la ligne donnée, la distance de l'œil donnée ne pouvant pas être contenue dans le tableau.

PRATIQUE.

Soit AH la ligne perspective donnée, xy la ligne de fuite, C son centre.

Fig. 19. Au point C élevez une perpendiculaire; prenez sur cette perpendiculaire une partie quelconque de la distance, de maniere que cette distance ainsi diminuée puisse être contenue dans le tableau. Dans cette figure la ligne CD' est égale au tiers de la vraie distance CD. Par le point D' menez D'f', qui fasse avec CD' un angle égal à celui que fait la ligne donnée avec la base du tableau; du point A menez AC; prenez SC égale au tiers de AC; menez Sf'; au point D' menez D'f, qui fasse avec D'f' un angle égal à celui que fait la ligne demandée avec la ligne donnée; par le point f, où la ligne D'f coupe la ligne de fuite xy, menez au point S la ligne Sf; la ligne menée par le point A parallèlement à Sf sera la ligne demandée.

DÉMONSTRATION.

Cette démonstration est la même que celle du problême précédent. Il faut toujours prendre une partie de la distance telle que non seulement cette même partie de la distance puisse être contenue dans le tableau, mais même que les lignes menées du point D' pour faire l'angle demandé puissent aussi y être contenues.

Fig. 20. Il faudroit encore, pour diviser les lignes EA, AH en parties perspectivement égales à des grandeurs géométrales données, qu'on déterminât les distances des points de fuite des lignes AE, AH, et les points où doivent être dans le tableau ces mêmes distances, lorsqu'elles seront ramenées en totalité ou en partie sur la ligne de fuite xy. Je donnerai à la planche IV le moyen de calculer ces distances et leurs places dans le tableau.

Étant donnés la ligne de fuite d'un plan et son centre, déterminer la perspective d'une diagonale, la distance étant égale à une fois et demie le plus grand côté du tableau.

PRATIQUE.

Soit xy la ligne de fuite donnée, C son centre, CD la distance ramenée sur la ligne de fuite xy, et A le point d'où l'on veut mener une diagonale perspective.

Fig. 16. Prenez le milieu du côté OB au point E; par le point A et le point E, menez la ligne AE, elle sera la diagonale perspective, c'est-à-dire que la ligne BS sera perspectivement égale à BA.

DÉMONSTRATION.

Pour que la ligne AE soit diagonale perspective, il faut que cette même ligne AE tende au point D. Je dis que la ligne menée du point A par le milieu de BO doit nécessairement tendre au point D: en effet, si l'on examine les deux triangles semblables DyA, DOE, on aura Dy:DO::yA:OE: mais Dy est double de DO; donc yA est double de EO: mais la diagonale perspective AED passe par le point E; donc la diagonale perspective passe par le milieu de OB.

Étant donnés la ligne de fuite d'un plan, son centre, le point de départ d'une diagonale, déterminer la perspective de cette diagonale, la distance étant égale à deux fois le plus grand côté du tableau.

PRATIQUE.

Soit *xy* la ligne de fuite donnée, C son centre, CD^2 la distance de la ligne de fuite *xy*, et A le point de départ de la diagonale perspective.

Fig. 17. Prenez une distance BP égale aux deux cinquiemes de la ligne BO; par le point A et le point P menez AP, elle sera la diagonale perspective, c'est-à-dire que BR sera perspectivement égale à BA.

DÉMONSTRATION.

Il faut, pour que la ligne AP soit diagonale perspective, qu'elle tende au point D^2; or je dis que la ligne partant du point A et passant par le point P, est la diagonale perspective, si BP est les deux cinquiemes de BO. Si l'on examine les deux triangles semblables AD^2x, PD^2O, on aura $D^2x : D^2O :: Ax : PO$: mais D^2O étant les trois cinquiemes de D^2x, OP est les trois cinquiemes de Ax; donc BP est les deux cinquiemes de BO: mais la diagonale AD^2 passe par le point P; donc la diagonale perspective passe par les deux tiers de BO.

Les données étant les mêmes, la distance seulement étant égale à deux fois et demie le plus grand côté du tableau, déterminer la perspective de la diagonale.

PRATIQUE.

Soit *xy* la ligne de fuite, C son centre, CD' la distance égale à deux fois et demie le plus grand côté du tableau, et A le point de départ de la diagonale.

Fig. 17. Prenez une distance BE égale au tiers de BO; par le point A et le point E menez AE, qui sera la perspective demandée..

DÉMONSTRATION.

Pour que la ligne qui partira du point A soit diagonale perspective, il faut qu'elle tende au point D'; or je dis que la ligne menée par le point A et le point E, tiers de BO, tend au point D'. Si l'on examine les deux triangles semblables AD'*x*, ED'O, on aura cette proportion D'*x* : D'O :: A*x* : OE : mais OD' étant les deux tiers de D'*x*, EO est les deux tiers de BO; donc BE est le tiers de BO : mais la diagonale perspective passe par le point E; donc la diagonale perspective passe par le tiers de BO. Si l'on avoit une tout autre distance, on calculeroit de même le rapport des côtés des triangles, et l'on obtiendroit le point par lequel doit passer la diagonale perspective.

Étant donnés la ligne de fuite d'un plan, son centre, et le point de départ d'une diagonale, déterminer la perspective de plusieurs diagonales, la distance étant égale à une fois et demie le plus grand côté du tableau.

PRATIQUE.

Fig. 18. Du point C abaissez une perpendiculaire sur BH; menez la ligne BC; prenez B-7 égale au tiers de BM; par le point A et le point 7 menez A-7, qui sera la perspective de la diagonale, et donnera OB perspectivement égale à AB.

Pour une autre diagonale, par le point O, où la premiere diagonale coupe la ligne BC, menez une parallele à AB, qui coupera CA et MB aux points 1 et 4; prenez une distance 4-9 égale au tiers de 4M; par les points 1 et 9 menez 1-9, qui sera diagonale perspective, et qui donnera PO perspectivement égale à OB, conséquemment PB perspectivement égale à BH.

Pour une troisieme diagonale perspective, par le point P, où 1-9 coupe BC, menez 8-2 parallele à BH; prenez une distance 8-5, égale au tiers de 8-M; par les points 2 et 5 menez 2-5, qui sera la diagonale perspective demandée, et donnera IP perspectivement égale à PO, conséquemment perspectivement égale à OB et à AB. Même construction pour d'autres diagonales.

DÉMONSTRATION.

Le rapport de CM à MD étant constant ou le même pour chacun des triangles, le rapport des autres côtés doit toujours être le même, conséquemment le tiers des parties M-4, M-8, etc.

Étant données la ligne de fuite du plan horizontal, la distance de l'œil au tableau, et l'obliquité d'un mur avec le tableau, déterminer la perspective de ce mur et d'une porte percée dans ce même mur, quoique la distance de l'œil soit trop grande pour être contenue dans le tableau, et que les points de fuite soient aussi dehors du tableau.

Comme ce problème est un peu plus compliqué que les précédents, je le diviserai en quatre parties, afin de faciliter l'intelligence de la pratique et de la démonstration.

PRATIQUE.

Soit le point B le point perspectif donné de l'angle du mur, soit F le centre de la ligne de fuite.

Fig. 21. Au point F élevez une perpendiculaire à la ligne xy; sur cette perpendiculaire prenez une partie quelconque de la distance. Dans cette figure la ligne $F\frac{1}{4}D$ est égale au quart. Joignez le point B et le point F par la ligne BF; par le point $\frac{1}{4}D$ menez $\frac{1}{4}DF^1$, qui fasse avec $\frac{1}{4}DF$ l'angle $F^1\frac{1}{4}DF$ égal à l'obliquité du mur; prenez OF égale au quart de FB; menez OF^1; la ligne BC, parallele à OF, sera la base perspective du mur demandée. Menez $\frac{1}{4}DF^2$, perpendiculaire à $\frac{1}{4}DF^1$, par le point F^2, où la ligne $\frac{1}{4}DF^2$ rencontre la ligne de fuite xy, menez OF^2; la ligne BM, parallele à OF^2, sera la direction perspective de l'épaisseur du mur.

La démonstration de cette construction est celle de la figure 19.

Il faut maintenant diviser les lignes BC, BM en parties perspectivement égales à des grandeurs données, comme, par exemple, diviser les deux lignes BC, BM en pieds et parties

de pieds perspectifs. Il faut donc obtenir les distances des deux points de fuite où tendent les deux lignes BC, BM.

Divisez d'abord la base *zu* du tableau en parties égales *aa*, *aa*, que vous regarderez comme des pieds; subdivisez l'une de ces parties en sous-divisions du pied, c'est-à-dire en pouces. Pour avoir la longueur de la distance du point de fuite de la ligne BC, portez la ligne F^1-$\frac{1}{4}$D sur la base *zu* du tableau, et voyez combien cette ligne contient de pieds et de subdivisions du pied. Dans la figure la ligne F^1-$\frac{1}{4}$D a 6 pieds 8 pouces; mais cette ligne n'est que le quart de la vraie distance du point de fuite de la ligne BC; donc la vrai distance de la ligne BC est égale à quatre fois la ligne F^1-$\frac{1}{4}$D, c'est-à-dire quatre fois 6 pieds 8 pouces, ou 26 pieds 8 pouces; conséquemment la vraie distance du point de fuite est égale à 26 pieds 8 pouces.

Maintenant, pour déterminer quelle sera dans le tableau la place de ce point de distance lorsqu'il sera ramené sur la ligne de fuite *xy*, il faut obtenir la distance du point F au point de fuite de la ligne BC.

Portez donc la ligne FF^1 sur la base du tableau, et voyez combien cette ligne contient de pieds et de pouces. Elle contient 4 pieds 10 pouces : mais cette ligne FF^1 n'est que le quart de l'éloignement du point F au vrai point de fuite de la ligne BC; conséquemment cet éloignement est égal à quatre fois la ligne FF^1, c'est-à-dire égale à quatre fois 4 pieds 10 pouces, ou 19 pieds 4 pouces. Nous venons de dire aussi que la vraie distance du point de fuite est égale à 26 pieds 8 pouces, ce point de distance doit donc tomber à 7 pieds 4 pouces de la droite du point F: mais le bord du tableau n'étant éloigné du point F que de 5 pieds, le tableau ne peut pas contenir cette distance; il faut donc la réduire de maniere à ce qu'elle puisse y être contenue. Je la réduis aux

trois quarts; la distance de 26 pieds 4 pouces, ainsi réduite, est égale à 20 pieds; mais l'éloignement du point F au vrai point de fuite de la ligne BC étant égal à 19 pieds 4 pouces, et les trois quarts de la distance de ce point de fuite égaux à 20 pieds; il en résulte que le point qui fixe les trois quarts de cette distance ramenée sur la ligne de fuite tombe à la droite du point F à une distance égale à 8 pouces. Prenant donc 8 pouces sur la base du tableau, et les portant à droite du point F au point $\frac{3}{4}D^{1}$, ce point fixera sur la ligne de fuite xy les trois quarts de la distance du point de fuite de la ligne BC: on opere avec cette distance diminuée comme dans la figure 34 du 1[er] volume. On voit que par ce calcul on peut toujours ramener sur la ligne de fuite les distances de tous les points de fuite, ou au moins une partie de chacune de ces distances, lorsqu'elles ne peuvent pas y être contenues en totalité; on trouvera de même que la ligne $\frac{1}{4}DF^{2}$, portée sur la base du tableau, contient 6 pieds 3 pouces: cette ligne n'est que le quart de la vraie distance du point de fuite de la ligne BM; cette vraie distance du point de fuite de BM est donc égale à quatre fois $\frac{1}{4}DF^{2}$, ou quatre fois 6 pieds 3 pouces, ou 25 pieds. On trouvera de même que la ligne FF^{2} portée sur la base du tableau contient 4 pieds 3 pouces; elle n'est aussi que le quart de l'éloignement du point F au point de fuite de la ligne BM; conséquemment cet éloignement est égal à quatre fois FF^{2}, ou quatre fois 4 pieds 3 pouces, ou 17 pieds. La distance du point de fuite de la ligne BM est égale à 25 pieds; l'éloignement de ce point de fuite au point F est égal à 17 pieds; il en résulte que si l'on ramene sur la ligne de fuite xy la distance du point de fuite de la ligne BM, elle sera à 8 pieds de la gauche du point F; mais la distance du bord du tableau au point F n'est que de 5 pieds, conséquemment le tableau

ne peut pas contenir la distance entiere du point de fuite de la ligne BM; il faut donc la réduire de maniere à ce qu'elle puisse y être contenue. Je la réduis donc aux trois quarts; cette distance, ainsi réduite, est égale à 18 pieds 9 pouces, et conséquemment tombe sur la ligne de fuite xy à 1 pied 9 pouces à la gauche du point F; prenant donc 1 pied 9 pouces sur la base du tableau, et portant cette grandeur de F en $\frac{3}{4}D^2$, ce point fixera sur la ligne de fuite xy les trois quarts de la distance du point de fuite de la ligne BM.

J'ai réduit chacune de ces distances aux trois quarts; il ne faut pas en conclure qu'elles doivent toujours être réduites de la même quantité, mais bien jusqu'à ce qu'elles puissent être contenues dans le tableau.

DÉMONSTRATION.

Qu'on suppose une ligne menée du vrai point de distance au vrai point de fuite de la ligne BC, on aura alors deux triangles semblables, qui auront par conséquent les côtés homologues proportionnels; ainsi $F\frac{1}{4}D$ étant le quart de la vraie distance, la ligne F^1-$\frac{1}{4}D$ est le quart de la vraie distance du point de fuite de la ligne BC, et FF^1 le quart de l'éloignement du point F au point de fuite de la ligne BC. Même démonstration pour le triangle $F\frac{1}{4}DF^2$.

Il faut maintenant déterminer la perspective de tout le solide. Je vais donner d'abord la maniere de déterminer la perspective du mur; ensuite celle de trouver la perspective de la porte.

PRATIQUE *pour la perspective d'une face du mur.*

Portez sur le côté vertical du tableau des divisions égales à celles de la base, comme, par exemple, huit divisions, ou

8 pieds, de *z* en A, et 6 pieds de *z* en U; par les points *z*, U, A menez des lignes au point F; du point B menez B-1 parallele à la ligne de fuite *xy;* au point 1 élevez la ligne 1-2 perpendiculaire à la ligne de fuite *xy,* la grandeur 1-2 représentera 8 pieds perspectifs sur le plan de la ligne BE; la ligne 1-3 représentera six pieds perspectifs sur le même plan. Si vous voulez que le mur ait 14 pieds de haut comme dans cette figure, vous prendrez alors les deux grandeurs 1-2, 1-3, que vous porterez sur la ligne BE de B en E, et vous aurez la ligne BE pour une grandeur perspective égale à 14 pieds diminués suivant l'enfoncement de la ligne BE dans le tableau, ou, ce qui revient au même, suivant son éloignement de l'œil du spectateur. Du point C menez C-4 parallele à *xy;* au point 4 élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite *xy,* cette perpendiculaire coupera les deux lignes AF, UF aux points 7 et 8; portez les deux lignes 4-7, 4-8 de C en H, alors CH sera de 14 pieds perspectifs diminués suivant l'enfoncement de cette ligne dans le tableau; la ligne EH terminera la face du mur.

DÉMONSTRATION.

Les trois lignes AF, UF, *z*F représentent des lignes paralleles, puisqu'elles tendent au même point; les lignes *z*A, 1-2 et 4-7 sont des paralleles perspectives; les lignes *z*A, 1-2, 4-7 représentent des lignes égales, puisqu'elles sont des paralleles perspectives comprises entre les paralleles perspectives *z*F, AF.

PRATIQUE *pour déterminer l'épaisseur du mur.*

Il faut d'abord fixer l'épaisseur qu'on veut donner au mur, et je la suppose ici égale à 4 pieds. Du point *a* menez au point F la ligne *a*F, qui, par son intersection avec B-1, donne

6-1 perspectivement égale à *zA*, et conséquemment égale à 3 pieds perspectifs sur le plan de la ligne B-1. Portez donc 1-6 de B en G, la ligne G$\frac{3}{4}$D', par son intersection avec BM, donne BL perspectivement égale à 4 pieds; menez L*b* parallèlement à *xy*; élevez *bc* perpendiculairement à *xy*; sur la perpendiculaire élevée au point L, portez les deux lignes *bc*, *bg*, qui donneront LO' perspectivement égale à 14 pieds; la ligne EO' terminera l'épaisseur.

DÉMONSTRATION.

Les lignes *bc* et A*z* représentent des lignes perspectivement égales comme paralleles perspectives comprises entre paralleles perspectives; conséquemment *bc* est égale à 8 pieds perspectifs sur le plan de la ligne L*b*: par la même raison *bg* est égale à 6 pieds perspectifs sur le plan de la même ligne L*b*; donc la somme des deux lignes *bc*, *bg*, portée sur la perpendiculaire élevée au point L, donne LO' perspectivement égale à 14 pieds. Les deux lignes EO', BL sont deux paralleles perspectives, puisqu'elles comprennent les deux lignes BE, LO', qui sont paralleles perspectives et perspectivement égales. La démonstration de l'opération qui a donné BL est la même que celle de la figure 34 du 1er volume, où je démontre le raccourcissement des distances.

PRATIQUE *pour la porte et son ouverture.*

Je suppose que l'on veuille donner à la porte, comme dans cette figure, une ouverture égale à 8 pieds; si l'on veut encore que cette ouverture soit éloignée du point B d'une distance égale à 4 pieds, prenez 6-1, portez cette ligne de B en *o*; joignez les points *o* et $\frac{3}{4}$D' par la ligne $\frac{3}{4}$D'*o*, qui, par son intersection P avec BC, donne BP pour une grandeur égale à

4 pieds. Puisque la porte doit avoir 8 pieds d'ouverture, portez le double de la ligne 6-1 de *o* en *s;* par le point *s* menez *s*$\frac{1}{4}$D', qui, par sa section *n* avec BC, donnera P*n* perspectivement égale à 8 pieds; aux points P et *n* élevez à la ligne *xy* des perpendiculaires indéfinies; portez le double de la ligne 1-3 sur BE de B en S; portez le double de la ligne 4-8 sur CA de C en T, la ligne ST, par ses intersections I et K avec les perpendiculaires élevées aux points P et *n*, termine l'ouverture de la porte.

Pour déterminer l'épaisseur, il faut mener du point L une ligne perspectivement parallele à BC, c'est-à-dire mener une ligne qui tende au même point de fuite que la ligne BC. Prolongez CB et OL jusqu'à ce qu'elles se coupent en G'; de ce point menez G'*m* parallèlement à *xy;* au point *m* élevez *mh* perpendiculairement à *xy;* faites *mh* égale à G'L; menez *h*F; menez C-4 parallèlement à *xy;* prenez la ligne 4*l;* portez-la de C en V, la ligne LV sera perspectivement parallele à BC, et par conséquent concourra au même point de fuite.

Il faut maintenant déterminer la partie visible de l'ouverture.

Prenez la ligne *eb;* portez-la trois fois sur L*b* de L en *v;* de ce point menez au point $\frac{1}{4}$D' une ligne, qui, par sa section W avec LV, donne LW perspectivement égale à B*n;* au point W élevez à *xy* une perpendiculaire indéfinie; portez deux fois la distance *bg* de L en O'; menez VB' parallèlement à *xy;* au point B' menez perpendiculairement à *xy* la ligne B'E'; portez le double de cette ligne sur CA de V en U'; menez O'U', qui, par ses sections M', N' avec les perpendiculaires élevées aux points P et W, donnera M'N' pour la partie visible du dessous de la porte; la ligne IM' termine l'ouverture.

DÉMONSTRATION.

La démonstration de la construction qui a déterminé les lignes LV, ST, O'U', est la même que celle des lignes EH, EO', que j'ai donnée dans les démonstrations des différentes divisions de ce problême. Quant à la ligne PB, il est évident qu'elle est égale à 4 pieds perspectifs, puisque Bo est égale à 3 pieds, et que j'ai mené la ligne $o\frac{3}{4}D'$ au point $\frac{3}{4}D'$, qui fixe les trois quarts de la distance du point de fuite de la ligne BC (démonstration de la fig. 34, tome 1er). Par la même raison la ligne *os* étant égale à 6 pieds, la ligne $s\frac{3}{4}D'$ donne P*n* égale à 8 pieds.

Il faut maintenant démontrer que le point W est celui qui fixe l'épaisseur de la porte.

La ligne PB étant égale à 4 pieds perspectifs, la ligne P*n* à 8 pieds perspectifs, la ligne totale B*n* est égale à 12 pieds perspectifs: si je peux trouver sur LV une grandeur LW égale à 12 pieds diminués en raison de l'enfoncement de la ligne LV dans le tableau, alors le point W appartiendra à l'épaisseur de la porte; la ligne *eb* étant égale à 3 pieds perspectifs dans le plan de la ligne LV, portant trois fois la distance *eb* de L en *v*, la ligne L*v* sera égale à 9 pieds; la ligne $v\frac{3}{4}D'$ donnera, par son intersection W avec LV, la ligne LW égale à 12 pieds perspectifs (démonstration de la figure 34, tome 1er), conséquemment le point W appartient à l'épaisseur de la porte.

Étant données la ligne de fuite d'un plan, la distance de cette ligne de fuite, l'obliquité d'un mur, déterminer la perspective de ce mur, et celle d'une porte cintrée, la distance de l'œil et les points de fuite ne pouvant pas être contenus dans le tableau.

PRATIQUE.

Soit xy la ligne de fuite, $C\frac{1}{3}D$ le tiers de la distance, et G l'angle donné du mur.

Fig. 22. Déterminez la perspective des lignes GK, GE, comme dans la figure précédente, par le moyen des lignes OF^2, OF^1. Il faut ensuite ramener sur la ligne de fuite xy la distance des points de fuite des lignes GK, GE; il est donc nécessaire de calculer, comme dans la figure précédente, la distance des points de fuite de ces lignes, ensuite l'éloignement de chacun des points de fuite au point C. Prenez donc la ligne $F^2\text{-}\frac{1}{3}D$ et portez-la sur la base du tableau, vous trouverez cette ligne égale à 7 pieds 3 pouces; mais la distance $C\frac{1}{3}D$ n'étant que le tiers de la vraie distance, la ligne $F^2\text{-}\frac{1}{3}D$ n'est que le tiers de la vraie distance du point de fuite, conséquemment la vraie distance du point de fuite de la ligne GK est égale à trois fois la ligne $F^2\text{-}\frac{1}{3}D$, ou à trois fois 7 pieds 3 pouces, ou à 21 pieds 9 pouces. On trouvera de même que la ligne CF^2 est égale à 5 pieds 10 pouces, conséquemment l'éloignement du point C au point de fuite de la ligne GK égal à trois fois la ligne CF^2, c'est-à-dire à 17 pieds 6 pouces. La distance du point de fuite étant égale à 21 pieds 9 pouces, l'éloignement du point C au point de fuite de la ligne GK égal à 17 pieds 6 pouces, la distance du point de fuite surpasse de 4 pieds 3 pouces l'éloignement du point C au point de fuite de la ligne GK; cette distance

peut donc être contenue, puisque la distance du point C au bord du tableau est égale à 6 pieds. Prenez sur la base 4 pieds 3 pouces, portez-les à la droite du point C de C en D^2, ce point fixera sur la ligne *xy* la distance du point de fuite de la ligne GK. Pour ramener sur la ligne de fuite la distance du point de fuite de la ligne GE, vous porterez la ligne F^1-$\frac{1}{3}D$ sur la base du tableau, cette ligne se trouvera égale à 5 pieds 4 pouces; son triple, 16 pieds, donnera la vraie distance du point de fuite de la ligne GE; la ligne CF^1, mesurée sur la base du tableau, donnera 3 pieds 1 pouce, et son triple, 9 pieds 3 pouces, sera l'éloignement du point C au point de fuite de la ligne GE. La distance du point de fuite de la ligne GE surpasse de 6 pieds 9 pouces l'éloignement du point C au point de fuite de la même ligne. La distance du point C au bord du tableau étant égale à 6 pieds, il en résulte qu'il s'en faut de 9 pouces que cette distance puisse y être contenue; alors (pour plus de commodité) je la réduis à moitié, c'est-à-dire à 8 pieds; cette distance ainsi réduite sera donc placée à 1 pied 3 pouces de la droite du point C. Prenez 1 pied 3 pouces sur la base du tableau, et portez cette ligne de C en $\frac{1}{2}D^1$, ce point sera celui qui fixera sur la ligne de fuite *xy* la moitié de la distance du point de fuite de la ligne GE.

Pour construire la perspective du mur et celle de la porte cintrée, menez par le point G une parallele à la ligne *xy*, et une perpendiculaire à cette même ligne; des points 3, 4, 5, 6, 7 menez au point C des lignes, qui, par leurs sections avec GL, donneront *ab, bc, ce, eg* pour des pieds perspectifs sur le plan de la ligne GL. Si l'on suppose (comme dans cette figure) la hauteur de ce bâtiment égale à 10 pieds, prenez deux fois la ligne *ga* et une fois la ligne *gc*, portez ces lignes sur la perpendiculaire élevée au point G, vous aurez GA per-

spectivement égale à 10 pieds perspectifs diminués en raison de l'enfoncement de la ligne GA dans le tableau. Menez AB par le moyen donné à la figure 9, cette ligne complétera une face du solide. Si l'on suppose son épaisseur égale à 3 pieds, prolongez alors la ligne GL d'une grandeur GM, égale à 1 pied $\frac{1}{2}$; par cette grandeur prise sur la ligne *ga*, du point M menez $M\frac{1}{2}D^1$, qui donnera GE perspectivement égale à 3 pieds; au point E élevez une perpendiculaire indéfinie; portez sur cette ligne 10 des pieds contenus sur la ligne EO^1, vous aurez alors EC^1 perspectivement égale à GA; la ligne AC^1 termine la face de l'épaisseur. On pourroit encore (comme l'indique la planche) obtenir la ligne AC par le moyen de la figure 9.

Menez la ligne EN par le moyen donné à la précédente figure, ou bien par celui qui a servi à obtenir la ligne GK. Pour déterminer la perspective de la porte, il faut d'abord fixer son ouverture. Je la suppose égale à 4 pieds; je suppose aussi que cette ouverture commence au point H. Par le point D^2 et le point H menez D^2H prolongée, qui coupera la ligne GL en P; prenez la ligne *ga* égale à 4 pieds; portez cette ligne de P en Q; menez QD^2, qui, par sa section I avec GK, donne IH perspectivement égale à 4 pieds; aux points I et H élevez à la ligne de fuite *xy* des perpendiculaires indéfinies; supposant la hauteur de la porte égale à 6 pieds jusqu'à la naissance de la voûte, il faut couper les deux perpendiculaires élevées aux points I et H de maniere qu'elles soient égales chacune à 6 pieds perspectifs; prenez donc 6 pieds perspectifs sur la ligne *ga*, portez-les sur la ligne GA de G en R; de ce point menez (par le moyen de la figure 9) une ligne parallele à GK, c'est-à-dire une ligne qui tende au même point de fuite, cette ligne donnera, par ses intersections avec les perpendiculaires élevées aux points I et H, les points T et V pour la naissance de la voûte.

Pour obtenir la perspective de la voûte, j'observe que la porte ayant 4 pieds d'ouverture, le rayon du cintre est égal à 2 pieds. Prenez donc 2 pieds sur la ligne *ga*, portez-les sur GA de R en W; par ce point menez WU perspectivement parallele à GK, cette ligne WU, par ses intersections U et Z avec les perpendiculaires élevées aux points I et H, donnera UZ perspectivement égale à VT, et éloignée de cette même ligne d'une grandeur égale à 2 pieds; la figure VUTZ est donc un parallélogramme rectangle perspectif, qui a 2 pieds de hauteur et 4 pieds de base, et conséquemment celui qui doit contenir la courbe du cintre perspectif. Du point P^1 menez P^1D^2, coupant GK au point *o*; à ce point élevez perpendiculairement à *xy* la ligne oU^1, coupant les deux lignes TV et ZU aux points *d* et U^1, qui sont les milieux perspectifs de ces mêmes lignes, conséquemment le point U^1 est un point de la courbe.

Pour obtenir d'autres points, portez dans un coin du tableau la ligne PQ de 4 en 1; sur cette ligne, comme diametre, décrivez une demi-circonférence; au point 4 élevez à 4-1 la perpendiculaire 4-6 égale à 4-2; menez 2-6, coupant la circonférence au point 5; de ce point abaissez sur 1-4 la perpendiculaire 5-3; portez cette ligne de R en R^1; menez de ce point (par la méthode de la figure 9) une ligne qui tende au même point que la ligne GK, les lignes U*d*, Z*d* donneront deux points de la courbe par leurs intersections *h* et *m* avec R^1N^1; par les points V, *h*, U^1, *m*, T faisant passer une courbe, elle sera la perspective de la circonférence. On emploiera le même procédé pour déterminer la perspective d'un plus grand nombre de points.

Pour obtenir la courbe de l'épaisseur ou le second cintre, il faut d'abord déterminer la perspective de l'épaisseur. Puisque la ligne GI est égale à 8 pieds perspectifs, si, à partir du point E, je peux obtenir sur EN une grandeur perspective égale à

8 pieds diminués en raison de l'enfoncement de cette ligne dans le tableau, le point B^1, qui fixera cette grandeur, appartiendra à l'épaisseur. Pour y parvenir prenez la ligne *rv*, portez-la deux fois sur EO^1 de E en S^1, la ligne S^1D^2, par sa section B^1 avec EN, donne EB^1 perspectivement égale à 8 pieds, conséquemment le point B^1 appartient à l'épaisseur. Par la même raison V^1D^2, donne E^1E perspectivement égale à GH, ou à 4 pieds; la ligne E^1B^1 est donc égale à 4 pieds, et est par conséquent la projection horizontale perspective du second diametre. Sur les points B^1E^1 élevez des perpendiculaires indéfinies, et construisez la perspective du second cintre comme vous avez construit celle du premier.

DÉMONSTRATION.

La démonstration de ce problême est absolument la même que celle du problême précédent, figure 21.

SUPPLÉMENT DES OMBRES

SUR ET DANS LES SURFACES COURBES.

Étant donnés le point de fuite des rayons lumineux, la perspective de l'intérieur d'un cylindre, déterminer la perspective de l'ombre portée par une partie de ce cylindre.

PRATIQUE.

Soit T le point de fuite, *xy* la ligne de fuite du plan sur lequel pose le cylindre ABE.

Fig. 23. Du point de fuite T des rayons lumineux élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite *xy;* du point F, où cette perpendiculaire rencontre cette ligne de fuite, menez une tan-

gente à la courbe, cette tangente donnera le point *a* pour la naissance de l'ombre. Prenez sur la courbe interne plusieurs points tels que A et *h;* de ces points abaissez à *xy* des perpendiculaires qui rencontrent la courbe inférieure aux points B et *m;* de ces points menez au point F des lignes qui rencontrent la même courbe en des points quelconques P et O; de ces points élevez des perpendiculaires à la ligne de fuite, l'intersection des lignes AT, *h*T avec ces perpendiculaires donnera deux points S et M, qui appartiendront à la courbe de l'ombre. Prenez sur la courbe intérieure un plus grand nombre de points; répétez la même construction, et par les points obtenus faites passer une ligne, elle sera l'ombre demandée; cette ombre sera d'autant plus exacte que vous aurez pris un plus grand nombre de points.

DÉMONSTRATION.

La ligne TF, perpendiculaire à *xy*, est la ligne de fuite de tous les plans verticaux de rayons lumineux (corol. 6ᵉ, défin. 8ᵉ, tome 1ᵉʳ); le point F est le point de fuite de la commune intersection avec le plan horizontal du plan de rayons lumineux qui passe par la ligne AB (corollaire 3ᵉ, définition 8ᵉ, t. 1ᵉʳ), et est conséquemment le point de fuite de l'ombre sur le plan horizontal de toutes les lignes, telles que AB et *hm;* les lignes PS, OM étant les intersections des mêmes plans de rayons lumineux avec le cylindre, sont les ombres indéfinies des mêmes lignes sur la surface du cylindre; ces ombres sont perpendiculaires à la ligne de fuite *xy* (théorème 2ᵉ des ombres, tome 1ᵉʳ). Les intersections S et M des rayons AT, *h*T terminent ces ombres.

Étant donnés la perspective d'un cylindre, celle d'un solide posé sur ce cylindre, la ligne de fuite du plan sur lequel il est assis, et le point de fuite des rayons lumineux, déterminer la perspective de l'ombre portée sur le cylindre.

PRATIQUE.

Soit H le solide qui pose sur le cylindre M, *xy* la ligne de fuite, et T le point de fuite des rayons lumineux.

Fig 24. Du point de fuite T des rayons lumineux élevez TF perpendiculairement à *xy;* prenez sur EO et EP plusieurs divisions quelconques, comme, par exemple, 1-2, 2-3, 3-4, 4-5, etc....; de chacun de ces points menez au point F des lignes qui coupent la circonférence supérieure en des points *s, r,* etc....; de ces points abaissez à la ligne de fuite des perpendiculaires, qui, étant coupées par les rayons 1T, 2T, donneront les points *q* et *o*, ombres des points 1 et 2. Répétez l'opération pour chacun des autres points, vous obtiendrez la perspective de l'ombre, et d'autant plus exacte que le nombre des points sera plus considérable.

DÉMONSTRATION.

La ligne TF est la ligne de fuite des plans verticaux de rayons (corollaire 6e, définition 8e, t. 1er); le point F étant la commune intersection de la ligne de fuite TF avec la ligne de fuite *xy*, est le point de fuite de la commune intersection des plans verticaux de rayons avec le solide H; les lignes *sq, ro,* etc.... sont les intersections des mêmes plans de rayons lumineux avec le cylindre M, par conséquent ces mêmes lignes *sq, ro* sont les ombres des lignes 1*s*, 2*r;* les ombres des points 1 et 2 se trouvent dans les lignes *sq, ro;* elles sont aussi dans les rayons 1T,

2T, conséquemment elles ne peuvent être qu'aux points d'intersection *q* et *o;* ainsi les rayons 1T, 2T terminent les ombres des lignes 1*s*, 2*r*, et donnent les points *q* et *o* pour ombres des points 1 et 2.

Étant donnés la ligne de fuite du plan sur lequel pose un cylindre, le point de fuite des rayons lumineux, la perspective et le point de fuite de deux lignes inclinées, déterminer la perspective de l'ombre que portent ces lignes sur la surface du cylindre.

PRATIQUE.

Soit *xy* la ligne de fuite du plan qui supporte le cylindre, T le point de fuite des rayons, F^2 le point de fuite des deux lignes qui portent ombre sur le cylindre, et M la perspective du cylindre.

Fig. 24. Joignez le point F^2 et le point T par la ligne F^2T, qui coupe la ligne de fuite *xy* au point F^1; menez BF^1, AF^1, qui coupent la base du cylindre aux points I et S, les deux lignes BI, AS seront, sur le terrain ou sur le plan qui supporte le cylindre, les ombres des lignes BF^2, AF^2. Du point de fuite T des rayons élevez à la ligne de fuite *xy* la perpendiculaire TF; menez AF^3; prenez sur BF^2 des divisions quelconques, comme, par exemple, 1-2, 2-3, 3-4; de ces points abaissez des perpendiculaires à la ligne de fuite *xy;* des points *h*, *p*, *r*, *s*, *v*, *m*, *n*, *g*, où ces perpendiculaires coupent BF^3, menez au point F des lignes qui coupent la circonférence inférieure en des points *a*, *b*, *c*, *e*, ect....; de ces mêmes points élevez à la ligne de fuite *xy* des perpendiculaires indéfinies, les rayons perspectifs 1T, 2T, 3T, 4T, etc.... couperont ces perpendiculaires en des points 5, 6, 7, 8, etc....., qui seront les ombres

des points 1, 2, 3, 4. Par les points 5, 6, 7, 8, etc.... faites passer une courbe, elle sera la perspective de l'ombre de la ligne BF². Faites la même opération pour la ligne AF²; la ligne ponctuée est la courbe de l'ombre qui ne peut pas être vue à cause de l'opacité du solide.

DÉMONSTRATION.

La ligne F²T est la ligne de fuite des plans de rayons lumineux qui passent par les lignes BF², AF²; la ligne TF est la ligne de fuite des plans verticaux dans lesquels se trouvent les points lumineux 1, 2, 3, 4, etc.... (coroll. 6ᵉ, défin. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); F¹ est l'intersection des lignes de fuite du plan sur lequel posé le cylindre, et des plans de rayons lumineux qui passent par les lignes BF², AF² (coroll. 3ᵉ, définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ), conséquemment BF¹, AF¹ sont les perspectives des intersections indéfinies des plans de rayons qui passent par les lignes BF², AF² avec le plan sur lequel pose le cylindre; ainsi les lignes BI, AS sont les ombres perspectives que portent les lignes BF², AF² sur le plan qui soutient le cylindre. Le point F étant l'intersection des deux lignes de fuite TF et *xy*, est le point de fuite de l'intersection des plans verticaux qui passent par 1*h*, etc.... avec le plan qui soutient le cylindre, conséquemment les lignes *hb*, *pc*, *re*, etc...., qui tendent au point F, sont les perspectives des intersections des plans qui passent par les lignes 1*h*, etc.... avec le plan sur lequel pose le cylindre, et par conséquent les ombres de ces mêmes lignes; les lignes *b*-5, etc.... sont les intersections des mêmes plans avec le cylindre, et sont par conséquent les ombres des mêmes lignes sur le cylindre: ces ombres sont terminées par les intersections 5 et 6 des rayons 1T, 2T avec les lignes *b*-5, *e*-6.

Étant donnés la perspective d'une porte cintrée parallele au tableau, la ligne de fuite du plan qui soutient la porte, le centre de cette même ligne de fuite, et le point de fuite des rayons lumineux, déterminer la perspective de l'ombre que projette le cintre sur lui-même.

PRATIQUE.

Soit *xy* la ligne de fuite du plan qui soutient la porte, F son centre, et T le point de fuite des rayons lumineux.

***Fig.* 25. Menez TF; la ligne NR, parallele à TF et tangente à la courbe, donne la naissance de l'ombre; coupez la circonférence par plusieurs lignes paralleles à TF, comme, par exemple, par les lignes 3-2, 4-5, 8-9, etc....; des points 2, 5, 9, etc.... menez des lignes au point F, les rayons 4T, 8T, etc.... couperont ces lignes en des points 1, 6, etc...., qui seront des points de l'ombre. Par ces points faites passer une courbe, vous aurez alors la ligne MN[1] pour l'ombre du cintre. Les courbes MO, MP sont les courbes de l'ombre, en supposant que les points F[2] ou F[3] sont les points de fuite des rayons lumineux.**

DÉMONSTRATION.

La ligne TF est la ligne de fuite des plans de rayons qui passent par les lignes 3-2, 4-5, 8-9, etc....; le point F étant la commune intersection des deux lignes de fuite TF et *xy*, est le point de fuite de la commune intersection des plans qui passent par les lignes 3-2, 4-5, 8-9, etc.... avec l'épaisseur de la porte (coroll. 3[e], définit. 8[e], t. 1[er]); les lignes 5F, 9F, etc.... sont donc les ombres indéfinies des lignes 4-5, 8-9, etc...., conséquemment les ombres des points 4, 8, etc.... doivent se trouver dans les lignes 5F, 9F, etc....; mais ces ombres doivent

aussi se trouver dans les rayons 4T, 8T, etc...., par conséquent l'intersection des rayons 4T, 8T, etc.... avec les lignes 5F, 9F, etc.... donnent les points 1, 6, etc...., qui sont les ombres des points 4, 8, etc....

Déterminer l'ombre que le cintre projette sur lui-même ou sur l'épaisseur de la porte, lorsqu'elle est oblique par rapport au tableau.

PRATIQUE.

Soit xy la ligne de fuite du plan qui soutient la porte, F et F^1 les points des deux faces de la porte, T le point de fuite des rayons lumineux.

Fig. 26. Menez TF prolongée indéfiniment; du point F^1 menez une perpendiculaire à la ligne de fuite xy, qui coupe FT au point F^2; menez de ce point les lignes 2-1F^2, 3-4F^2, etc..., qui coupent la courbe chacune en deux points; des points 1, 4, etc.... menez des lignes au point F, les rayons 2T, 3T, etc.... déterminent la perspective de la courbe de l'ombre par leurs intersections 6, 7, etc.... avec les lignes 1F, 4F, etc....; enfin menez du point F^2 une tangente à la courbe, qui donnera le point de tangence pour la naissance de l'ombre.

DÉMONSTRATION.

Cette démonstration est la même que celle de la figure 25.

Même problême que celui de la figure 25, seulement le soleil se trouvant derriere la porte, et la porte étant parallele au tableau.

PRATIQUE.

Soit xy la ligne de fuite du plan sur lequel la porte est assise, F le centre de cette ligne de fuite, et T le point de fuite des rayons lumineux.

Fig. 27. Menez TF; prenez plusieurs points 1, 3, etc...., et sur le cintre éclairé, par ces points 1, 3, etc.... menez des paralleles à la ligne TF, ces lignes rencontreront la même courbe aux points 2, 4, etc....; par ces points menez des lignes au point F; par les points 1, 3, etc.... et le point T menez des lignes T-1, T-3, etc..... prolongées, qui, par leurs sections avec les lignes F-2, F-4, etc.... prolongées, donneront les points 6, 7, etc...., qui appartiennent à la courbe de l'ombre; la ligne RM, tangente à la conrbe et parallele à TF, donnera le point de tangence M pour la naissance de l'ombre.

Si la porte étoit oblique, la construction seroit la même que celle de la figure 26.

DÉMONSTRATION.

La démonstration de ce problême est la même que celle de la figure 25.

Étant donnés la perspective d'un trou percé dans un mur ou solide quelconque parallele au tableau, la ligne de fuite du plan sur lequel le mur est assis, le centre de la ligne de fuite, et le point de fuite des rayons lumineux, déterminer la perspective de l'ombre que porte la courbe du cintre sur l'épaisseur du trou.

PRATIQUE.

Soit xy la ligne de fuite du plan sur lequel le solide ou le mur est assis, F le centre de la ligne de fuite, T le point de fuite des rayons lumineux.

Fig. 27. Prenez sur la courbe éclairée des points 1 et 5, etc....; par ces points menez parallèlement à TF des lignes qui coupent la même courbe en des points 4, 6, etc....; de ces points menez des lignes au point F, les rayons 1T, 5T, etc...., par leurs intersections avec les lignes 4F, 6F, etc...., donnent les points 2, 3, etc...., qui sont des points perspectifs de l'ombre de la courbe.

Si le mur ou le solide dans lequel le trou est percé étoit oblique, l'opération seroit la même que celle de la figure 26.

Si le soleil étoit derriere l'objet, l'opération seroit la même que celle de la figure 27. Les constructions que j'ai données sont indépendantes de la forme des courbes, c'est-à-dire que ces constructions donneroient toujours l'ombre lorsque la courbe ne seroit pas une circonférence.

DÉMONSTRATION.

La démonstration est la même que celle de la figure 25.

Autre méthode pour déterminer l'ombre dans une porte cintrée.

PRATIQUE.

Soit xy la ligne de fuite du plan qui soutient la porte, T le point de fuite des rayons lumineux, et F le point de fuite de l'épaisseur.

Fig. 28 *bis*. Du point T menez une perpendiculaire sur la ligne de fuite xy; divisez la base EZ en un nombre de parties égales ou inégales, telles que E*a*, *ae*, *èm*, etc....; de ces points menez des perpendiculaires qui coupent le premier cintre COL en des points C, B, A, M, N, O, etc....; de ces points menez des lignes au point F; des points E, *a*, *e*, *m*, etc.... menez des lignes aux points F et F'; des points où ces lignes se coupent élevez des perpendiculaires à la ligne de fuite xy, jusqu'à ce qu'elles coupent les lignes menées des points I, H, V, etc.... en des points par lesquels vous ferez passer des courbes qui seront les intersections des plans de rayons lumineux avec l'épaisseur de la voûte. Par exemple des points 2, 3, 4 élevez des perpendiculaires à la ligne de fuite xy, jusqu'à ce qu'elles coupent les lignes M*n*, N*m*, O*o*, etc.... aux points *n*, *m*, *o*, etc....; par ces points faites passer une courbe, elle sera l'intersection d'un des plans de rayons lumineux avec l'épaisseur de la porte; des points O, N, etc.... menez au point T des rayons, qui, par leurs intersections avec les courbes N*l*, O-9, etc...., donneront les points *g*, *r*, etc...., qui seront des points de l'ombre que porte le cintre sur l'épaisseur de la porte; par tous les points ainsi obtenus faites passer une courbe, elle sera l'ombre totale.

DÉMONSTRATION.

Le point T étant le point de fuite des rayons lumineux, la ligne TF' est la ligne de fuite des plans verticaux de rayons lumineux (corollaire 6ᵉ, définition 8ᵉ, tome 1ᵉʳ); le point F' étant la commune intersection des lignes de fuite TF' et *xy*, est le point de fuite des intersections des plans de rayons lumineux avec le plan dont *xy* est la ligne de fuite (corollaire 3ᵉ, définition 8ᵉ, tome 1ᵉʳ); conséquemment les lignes *mb*, *nv*, etc.... sont les ombres portées par les lignes N*m*, O*n*, etc.... sur le plan dont *xy* est la ligne de fuite. Les courbes N*rlb*, O*ggv*, etc.... sont les intersections des mêmes plans de rayons avec l'épaisseur de la porte; conséquemment ces courbes sont les ombres que projettent les mêmes lignes N*m*, O*n*, etc.... sur l'épaisseur. Le point N est dans la ligne N*m*, conséquemment l'ombre de ce point doit se trouver dans l'ombre de la ligne N*m*, c'est-à-dire dans la courbe N*rlb;* mais l'ombre de ce même point est aussi dans le rayon NT, cette ombre ne peut donc être qu'au point *r*, intersection de la courbe N*lrb* avec le rayon NT. Même démonstration pour tout autre point.

Étant donnés la perspective d'une niche, la ligne de fuite du plan sur lequel elle pose, et le point de fuite des rayons lumineux, déterminer l'ombre que porte le cintre dans l'intérieur de la niche.

PRATIQUE.

Soit *xy* la ligne de fuite du plan sur lequel pose la niche, ABE la perspective de la niche, et T le point de fuite des rayons lumineux.

Fig. 29. A des distances prises à volonté menez les lignes

PQ, NO, LM, GH, DC, paralleles à la ligne *xy*; sur chacune de ces lignes, comme diametre, décrivez une demi-circonférence perspective; portez sur la base AB les diametres PQ, NO, LM, GH, DC, comme, par exemple, de 2 en 9, de 1 en 8, de 3 en 7, de 4 en 6; sur chacune de ces lignes, comme diametre, décrivez une demi-circonférence perspective; du point de fuite T des rayons lumineux élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite *xy*, jusqu'à ce qu'elle coupe cette même ligne au point F; des points 9, 8, 7, etc.... menez au point F des lignes qui coupent les circonférences perspectives décrites sur la base de la niche; de chacun des points où les circonférences de la base sont coupées par les lignes qui vont au point F élevez à la ligne *xy* des perpendiculaires qui coupent chacune des circonférences supérieures de la niche en des points, par lesquels faisant passer des courbes, vous aurez les intersections des plans de rayons lumineux avec l'intérieur de la niche. Par exemple, du point 5 menez une ligne au point F, cette ligne coupera les circonférences perspectives décrites sur la base de la niche aux points *a, c, o, p, q;* de ces points élevez à la ligne de fuite *xy* des perpendiculaires indéfinies qui couperont les circonférences perspectives supérieures aux points *b, d, n, m*, par lesquelles et par le point E faisant passer une courbe, cette courbe sera l'intersection avec la niche du plan de rayons lumineux qui contient le point E. Répétant l'opération pour chacune des lignes qui vont des points 2, 1, 3, 4, etc.... au point F, vous obtiendrez les courbes L*w*, G*g*, D*e*, etc...., qui seront les intersections que font avec la niche les plans de rayons lumineux qui contiennent les points originaux L, G, D, E, C, etc....; par les points E, C, etc.... menez des rayons au point T, qui, par leurs intersections avec les courbes E*b*, C*i*, etc...., donneront les points *s, v*, etc...., par

lesquels faisant passer une courbe, vous aurez celle qui termine l'ombre portée par le cintre dans l'intérieur de la niche. On obtiendra la courbe d'autant plus exactement qu'on aura mené plus de lignes, telles que PQ, NO, etc...., et qu'on aura par conséquent décrit un plus grand nombre de circonférences perspectives sur la base et dans l'intérieur de la niche.

DÉMONSTRATION.

Le point T étant le point de fuite des rayons lumineux, la ligne TF, perpendiculaire à la ligne xy, est la ligne de fuite des plans verticaux de rayons qui contiennent les points originaux P, N, L, G, D, E, etc.... (corol. 6[e], défin. 8[e], t. 1[er]); le point F étant l'intersection des deux lignes de fuite TF et xy, est le point de fuite de la commune intersection des plans dont TF et xy sont les lignes de fuite; ainsi le point F est le point de fuite de la commune intersection des plans de rayons lumineux avec le plan sur lequel pose la niche; par conséquent les lignes 5*a*F, 6*t*F, etc.... sont les ombres des lignes 5E, etc.... sur la base de la niche; les courbes EK*mndba*, etc.... sont les ombres des mêmes lignes 5E, etc.... dans l'intérieur de la niche (théorême 5[e] des ombres, tome 1[er]); les ombres des points originaux E, C, etc.... doivent se trouver dans les courbes EB*a*, C*ik*, etc....; mais ces ombres doivent aussi se trouver dans les rayons qui partent des points originaux E, C, etc...., elles ne peuvent donc être qu'aux points d'intersection *s* et *v* (théorême 6[e] des ombres, t. 1[er]).

SUPPLÉMENT DES MIROIRS.

Étant données la perspective d'une suite de carreaux, la perspective d'une porte, et celle d'une glace inclinée en arriere suivant un angle quelconque, déterminer la perspective de la réflexion de la glace et des carreaux.

PRATIQUE.

Soient CEO les carreaux perspectifs donnés, TSRL la porte, F le point de fuite des lignes CE, GH, et ABCE la perspective de la glace, qui dans cette figure est inclinée de 7° ½.

Fig. 30. Menez CK de maniere que l'angle KCP soit double de l'angle d'inclinaison de la glace, c'est-à-dire que dans cette figure la glace étant inclinée suivant un angle de 7° ½, l'angle KCP doit être égal à 15°; portez sur CK, si elle peut être prolongée, autant de divisions égales à CG que vous voudrez avoir de carreaux réfléchis; par les divisions Q, K, etc.... menez des lignes au point F, vous obtiendrez les réflexions perspectives des lignes CE, GH, etc....; des points E, 1, 2, 3, 4, 7, 8, etc.... menez des lignes paralleles à CK, qui, par leurs intersections avec les lignes QF, KF, etc...., donneront les réflexions perspectives des carreaux.

DÉMONSTRATION.

L'angle PCU étant l'angle d'inclinaison du miroir, l'angle de réflexion UCK doit être égal à l'angle UCP (théorème 1er, réflexions dans les miroirs, tome 1er); par conséquent l'angle PCK doit être double de celui qui fixe l'inclinaison du miroir. Les lignes menées des points E, 1, 2, 3, 4, etc.... parallèlement à CK, sont les réflexions perspectives des lignes EO,

1*r*, etc.... (théor. 3ᵉ, coroll. 2ᵉ, réflex. dans les miroirs, t. 1ᵉʳ); les lignes QF, KF, etc.... sont les réflexions des lignes GK, KL, etc.... (théor. 3ᵉ, coroll. 2ᵉ, réflex. dans les miroirs, t. 1ᵉʳ).

2ᵉ PRATIQUE *lorsque l'étendue du tableau ne permet pas de mener la ligne* CK.

Du point x', où la ligne de fuite xy coupe le miroir, menez $x'y'$ de maniere que cette ligne fasse avec xy un angle double de l'inclinaison du miroir, alors cette ligne $x'y'$ sera la réflexion de la ligne de fuite xy. Des points E, 1, 2, 3, etc.... menez des paralleles à $x'y'$, qui seront les réflexions des lignes EO, 1-*r*, 2-*o*, 3-*i*, etc....; sur la ligne E*m* ainsi déterminée portez des divisions égales à celles de la ligne EO, et par ces divisions menez des lignes au point F, ces lignes termineront la réflexion perspective des carreaux.

DÉMONSTRATION.

La démonstration de cette méthode est la même que la précédente.

PRATIQUE *pour la réflexion de la porte.*

Portez les grandeurs EL, ET de E en *b*, de E en *e;* à ces points élevez des perpendiculaires à la ligne E*m;* portez les grandeurs LR, TS de *b* en S', de *e* en R' sur les perpendiculaires élevées aux points *b* et *e;* joignez les points S', R' par la ligne S'R', ce qui terminera la réflexion de la face de la porte. Construisez de la même maniere la réflexion de l'épaisseur et celle des autres lignes.

DÉMONSTRATION.

Les lignes ST, LR, etc.... étant toutes perpendiculaires au

plan objectif, n'ont pas de point de fuite, elles restent donc perpendiculaires au plan objectif; leurs réflexions n'ont conséquemment pas de point de fuite, elles doivent donc rester perpendiculaires au plan objectif réfléchi.

On peut aussi construire les réflexions des lignes RS, ID, en observant qu'elles sont paralleles à la ligne de fuite xy; par conséquent leurs réflexions doivent être paralleles à la ligne $x'y'$, réflexion de la ligne de fuite xy.

On peut, d'après cette figure, construire toutes les réflexions possibles lorsque le tableau ne peut pas être prolongé.

Étant donnés la perspective d'un objet, ses points de fuite, la perspective d'un miroir, son point de fuite, et la place de l'œil, déterminer la perspective de la réflexion.

PRATIQUE.

Soient ABCE, GLHI la perspective de deux objets, F' leur point de fuite, MOP la perspective d'un miroir, D la place de l'œil.

Fig. 31. Des points B et A menez des paralleles à la ligne xy; au point 2, où la parallele menée du point B coupe la base MF de la glace, élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite xy; prolongez cette perpendiculaire jusqu'à ce qu'elle coupe la parallele menée du point A; portez les grandeurs 1A, 2B de 1 en A' et de 2 en B'; joignez les points A', B' par la ligne A'B', cette ligne sera la réflexion de la ligne AB. Répétez l'opération pour chacune des lignes EC, HI, GL, vous compléterez la perspective de la réflexion. Cette opération se réduit donc à chercher l'éloignement perspectif de chacun des points originaux au plan du miroir, et à doubler cet éloignement.

DÉMONSTRATION.

La ligne 2-1 étant dans le plan du miroir, les points A', B' sont les réflexions des points A, B, (théorème 3e des réflexions dans les miroirs).

2e PRATIQUE.

Déterminez, comme dans le problème précédent, les réflexions A', B'; des points A et B menez DF et DF'; par le point D et le point *o*, où les lignes MF, GF' se coupent, menez D*o* prolongée indéfiniment; des points 2, 3, 4 menez des paralleles à A'B'; menez du point D une ligne DF³, qui fasse l'angle FDF³ égal à l'angle FDF'; par le point F³ et les points A', B' menez des lignes, qui, par leurs intersections avec les paralleles à A'B' menées des points 1, 2, 3, terminent les réflexions perspectives A'B'C'E', H'L'I'G'.

DÉMONSTRATION.

Le point F étant le point de fuite du miroir, DF est la ligne de fuite de ce même miroir; F étant le point de fuite des objets originaux qui doivent être réfléchis, DF' est leur ligne de fuite; DF³ est la ligne de fuite de la réflexion, puisque l'angle FDF³ est égal à FDF' (théorème 1er des réflexions dans les miroirs); le point *o* est le point où les lignes MF, GF' se coupent, conséquemment le point *o* est un point de la commune intersection du plan de l'objet et du plan du miroir; le point D, où les deux lignes de fuite de ces plans se coupent, est aussi un point de leur commune intersection; la ligne D*o*, qui joint les deux points D et *o*, est donc la commune intersection du plan du miroir et du plan de l'objet; les lignes AB-1, CE-2, HI-3, LG-4 étant paralleles entre elles, n'ont pas de point de

fuite, conséquemment leurs réflexions n'en doivent pas avoir; elles restent donc paralleles entre elles; la ligne xy étant la ligne de fuite des plans IGI^1G^1, EBE^1B^1, LHL^1H^1, ACA^1C^1, la ligne DF^3 celle du plan de réflexion, le point F^3 est le point de fuite de la commune intersection de ces plans, et conséquemment le point de fuite des lignes L^1A^1, G^1B^1. On peut encore démontrer de cette maniere que les lignes A^1-1, C^1-2, H^1-3, L^1-4 doivent rester paralleles entre elles; ces lignes sont les intersections des plans A^1A-1, C^1C-2, H^1H-3, L^1L-4, qui sont tous paralleles entre eux, par conséquent ces intersections doivent être paralleles entre elles.

FIN DU SUPPLÉMENT.

PREMIERE PARTIE.

MOYENS DE REPRÉSENTER PERSPECTIVEMENT DES OBJETS QUELCONQUES SUR UN OU PLUSIEURS TABLEAUX.

CETTE premiere partie est de la plus grande utilité pour corriger les défauts qu'occasionnent les murs obliques dans les appartements ou constructions quelconques.

Étant donnés un mur qui coupe obliquement une salle, et la place de l'œil, tracer sur ce mur ce qui manque à la salle pour qu'elle soit carrée ou d'une forme quelconque; tracer ensuite sur ce mur oblique des portes et fenêtres, ou autres objets, de maniere qu'ils paroissent faits sur une surface parallele ou sur une surface dont l'obliquité sera connue.

Fig. 32. Dans cette figure j'ai mis en perspective l'opération perspective elle-même, afin d'en faciliter l'intelligence.

Pour ne pas fatiguer l'attention je diviserai ce problême en deux parties; la premiere contiendra la maniere de tracer sur le mur oblique les carreaux qui manquent à la salle pour qu'elle paroisse carrée; la seconde contiendra la maniere de tracer sur ce même mur oblique les portes et fenêtres ou autres objets.

PRATIQUE.

Fig. 32. Soit *z*LMO le plan oblique sur lequel il faut tracer, *zu* la base ou l'intersection de ce plan avec le plancher de la salle, D l'œil, DP sa hauteur, et *z*OTS le plan de la salle.

Tout le problême se réduit à trouver sur le plan oblique la ligne de fuite et les points de fuite du plan et des lignes qu'on veut représenter.

Par le point D, œil du spectateur, faites passer le plan RVF' parallèlement au plan *z*OTS de la salle, le plan RVF', par son intersection avec le mur oblique *z*LMO, donnera la ligne *xy*, qui sera la ligne de fuite du plan de la salle. Du point D menez la ligne DF parallèlement aux lignes S*z*, E-4, C-1, etc...., cette ligne DF, par son intersection avec *xy*, donnera le point de fuite F des lignes E-4, C-1, B-2, etc.... et de leurs paralleles ; ainsi des points 4, 1, 2, 3, etc...., où les lignes E-4, C-1, B-2, A-3, etc.... coupent la base *zu* du mur oblique, menez des lignes au point F, elles seront, sur le mur oblique, les perspectives des lignes E-4, C-1, B-2, A-3, etc.... Il faut encore déterminer le point de fuite des lignes G-4, H-1, I-2, K-3, etc....; pour l'obtenir menez de l'œil D la ligne DF' perspectivement paralleles aux lignes G-4, H-1, I-2, K-3, etc...., cette ligne DF', par son intersection avec *xy*, donnera le point de fuite F' des perspectives de ces mêmes lignes et de leurs paralleles ; enfin menez par les points 4, 1, 2, 3, etc.... des lignes au point F', ces lignes, par leurs intersections avec celles qui vont au point F, termineront la perspective des carreaux sur le mur oblique.

Je donnerai dans les planches suivantes la maniere d'obtenir un plus grand nombre de carreaux perspectifs.

DÉMONSTRATION.

Le plan RVF' étant parallele au plan de la salle par son intersection avec le plan oblique zLMO, donne la ligne *xy* pour la ligne de fuite du plan de la salle (définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF, parallele aux lignes E-4, C-1, B-2, A-3, etc.... donne, par son intersection avec *xy*, le point de fuite F de ces mêmes lignes (définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ). Par la même définition la ligne DF' étant parallele aux lignes G-4, H-1, I-2, K-3, etc...., donne, par son intersection avec *xy*, le point de fuite F' des mêmes lignes G-4, etc.... et de leurs paralleles; mais les carreaux originaux sont formés par l'intersection des lignes originales E-4, C-1, B-2, A-3, etc.... avec les lignes G-4, H-1, I-2, K-3, etc....; donc les lignes qui iront aux points F et F', points de fuite de ces lignes, donneront par leurs intersections les carreaux perspectifs. On peut observer que les carreaux qui se trouvent tracés sur la partie du tableau la plus près de l'œil sont plus petits que ceux qui se trouvent sur la partie la plus éloignée.

PRATIQUE *pour les portes et les fenêtres.*

Je suppose que l'on veuille représenter sur le mur oblique la fenêtre A'B'C'E'; j'observe que la distance zO', qui existe entre l'extrémité du mur et le commencement de la fenêtre est égale à deux carreaux; prenez donc *za* égale à deux carreaux perspectifs; de ce point *a* menez une parallele à C'E'O', cette ligne sera la perspective d'un des montants de la fenêtre. L'ouverture de la fenêtre est égale à trois carreaux; prenez donc la ligne *ac* égale à trois carreaux perspectifs; du point *c* menez à C'E'O' une parallele qui sera la perspective indéfinie du second montant de la fenêtre. Prolongez la ligne A'C' jusqu'à ce

qu'elle rencontre la ligne *z*L au point N'; de ce point menez au point F' une ligne qui terminera la perspective de la partie supérieure de la fenêtre, en donnant les points C², A² pour perspective des points C', A'; prolongez la ligne E'B' jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne *z*L au point Q'; de ce point menez au point F' une ligne, qui, par ses intersections avec les paralleles élevées aux points *a* et *c*, donnera les points E², B² pour perspectives des points E', B', et terminera par conséquent la perspective de la face de la fenêtre. Il faut ensuite avoir la perspective de l'épaisseur. Menez du point R' une ligne au point F'; du point *a* menez une ligne au point F, sa section *b* avec R'F' donnera *ab* pour l'épaisseur perspective de la fenêtre. Au point C² menez C²F; au point *b* menez une parallele à C'E'O', cette parallele, par sa section *y* avec la ligne C²F, donne encore C²*y* pour l'épaisseur de la fenêtre. Du point *y* menez *y*F', qui terminera la partie visible de l'épaisseur supérieure. Du point E² menez une ligne au point F; du point P², où elle coupe *by*, menez P²F', elle terminera la perspective de l'épaisseur de la fenêtre. Même construction pour la porte T et la fenêtre W.

Il faut observer que le spectateur étant placé suivant la ligne DP, ne peut pas voir l'épaisseur A'B'H'M' de la fenêtre, mais au contraire l'épaisseur qui lui est opposée.

Il faut aussi observer que la ligne DF est l'intersection du plan qui passe par les lignes P-7, PD avec le plan 7RF', que la ligne 7-F est l'intersection du même plan 7PD avec le plan oblique *z*LMO.

DÉMONSTRATION.

La ligne C'A' étant parallele aux lignes G-4, H-1, etc...., sa perspective doit tendre au même point de fuite (coroll. 1er,

définit. 11[e], t. 1[er]); ainsi la ligne C^2A^2 tend au point F^1; par la même raison les lignes yR^2, P^2I^2, E^2B^2 tendent au même point. Les lignes représentées par les lignes E^2P^2, C^2y étant parallèles aux lignes E-4, C-1, etc...., leurs perspectives doivent tendre au même point de fuite, c'est-à-dire que les lignes E^2P^2 C^2y tendent au point F^1.

Je dois encore répéter que cette opération est la construction mise elle-même en perspective, et que je l'ai donnée pour faciliter l'intelligence de l'opération perspective simple.

Étant données la perspective d'une figure quelconque, l'intersection ou la base d'un mur oblique, la ligne de fuite du plan dans lequel on suppose la figure donnée, et la place du spectateur, déterminer la perspective de la figure donnée.

PRATIQUE.

Soit AEC la figure originale dont on veut avoir la perspective, *xy* la ligne de fuite du plan sur lequel on suppose la figure originale, *zu* la base du tableau oblique, et P les pieds du spectateur.

Fig. 33. Prolongez les lignes AE, BC jusqu'à ce qu'elles rencontrent la base *zu* du tableau aux points *o* et *p*; du point P, pied du spectateur, menez à *zu* une perpendiculaire indéfinie qui coupe la ligne de fuite en un point quelconque O; faites OD égale à PH; du point P, pied du spectateur, menez PG parallele aux lignes BC, AE; au point G, où la ligne PG rencontre la base *zu* du tableau, élevez une perpendiculaire qui rencontre la ligne de fuite au point F; menez les lignes *o*F, *p*F, qui seront les perspectives indéfinies des lignes AE*o*, BC*p*: prolongez les lignes AB, CE jusqu'à ce qu'elles rencon-

trent la base *zu* du tableau aux points *m* et *n*; par le point P menez PL parallele aux lignes BA, CE; au point L, où PL coupe la base *zu* du tableau, élevez une perpendiculaire à cette même base; par le point F^2, où la perpendiculaire élevée au point L rencontre la ligne de fuite *xy*, menez mF^2, nF^2, ces lignes seront les perspectives totales des lignes BA*m*, CE*n*; les lignes mF^2, nF^2, par leurs intersections avec les lignes *o*F, *p*F, donnent la figure 1-2-3-7 pour la perspective de la figure ABCE; la ligne $2F^1$ est la perspective totale de la diagonale, qui s'obtient en divisant en deux parties égales l'angle GPL, et en élevant au point I, où la ligne PI, qui divise cet angle en deux parties égales, coupe la base *zu*, une ligne perpendiculaire à cette même ligne; le point F^1, où cette perpendiculaire coupera la ligne de fuite *xy*, sera le point de fuite de la diagonale.

DÉMONSTRATION.

Le point O est le centre de la ligne de fuite; en effet le centre de la ligne de fuite est le point d'intersection de la ligne de fuite avec la perpendiculaire menée de l'œil à cette même ligne de fuite; il faut donc démontrer que le point O est l'intersection de la ligne de fuite *xy* avec une ligne qui lui seroit perpendiculaire et qui passeroit par l'œil (définit. 9ᵉ, t. 1ᵉʳ).

Si je fais passer par la ligne PH un plan vertical, ce plan contiendra nécessairement l'œil du spectateur; conséquemment ce plan contiendra aussi la perpendiculaire menée de l'œil à la ligne de fuite; mais l'intersection de cette perpendiculaire avec le plan oblique doit être dans l'intersection du plan qui le contient avec le plan oblique; la ligne OH est l'intersection du plan oblique et de celui qui contient la perpendiculaire menée de l'œil, donc la ligne OH contient l'inter-

section de la perpendiculaire avec le plan oblique, c'est-à-dire qu'elle contient le centre de la ligne de fuite xy; mais ce centre est aussi dans la ligne de fuite xy, par conséquent l'intersection de la ligne OH et de la ligne de fuite xy donnera le point O, centre de cette ligne de fuite.

Je démontrerois de même que le point F est le point où la ligne de fuite xy est coupée par une ligne menée de l'œil parallèlement aux lignes AE et BC, conséquemment le point F est le point de fuite de ces mêmes lignes. Pour faciliter l'intelligence retournons à la figure 32 : si je fais passer par le spectateur PD un plan parallele aux lignes ZS, A-3, etc...., ce plan contiendra la ligne DF parallele à ces mêmes lignes ZS, A-3, etc...., et coupera, suivant la ligne 7F, le plan oblique 2LMO; l'intersection de la ligne DF avec le plan oblique doit donc se trouver dans la ligne 7F; mais l'intersection de cette même ligne doit aussi se trouver dans la ligne xy, donc l'intersection de la ligne 7F avec xy donne le point F, qui est celui où la ligne de fuite xy est coupée par la ligne DF menée de l'œil parallèlement aux lignes ZS, A-3, etc...., donc le point F est le point de fuite de ces mêmes lignes (définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ).

Fig. 33. Même démonstration pour les points de fuite F', F².

On doit observer aussi que les lignes DO, DF, DF', DF² sont les intersections du plan qui détermine la ligne de fuite xy avec les plans qui passent par l'œil et les lignes PH, PG, PI, PL; que les lignes DF, DF', DF² étant dans le plan FDF², parallele au plan GPL, sont elles-mêmes paralleles aux lignes PG, PI, PL, et conséquemment paralleles aux lignes AE, AB et à la diagonale, et qu'alors elles déterminent aussi les points de fuite F, F', F² de ces mêmes lignes (définition 11ᵉ, tome 1ᵉʳ). On voit encore que la ligne de fuite n'étant pas

donnée, on peut toujours la déterminer lorsque la hauteur de l'œil est connue, puisqu'elle est, dans ce cas, éloignée de la base *zu* du tableau oblique d'une distance égale à la hauteur de l'œil, et qu'elle est toujours parallele à l'intersection *zu* du plan objectif avec le tableau (définit. 8[e], t. 1[er]).

Lorsqu'on a déterminé la ligne de fuite d'un tableau oblique, son centre, sa distance, et la distance du tableau, on peut faire sur cette ligne de fuite toutes les opérations que j'ai données dans le premier volume pour les autres lignes de fuite.

Étant donnés le plancher d'une salle, l'intersection d'un mur oblique, la place du spectateur, et la hauteur de son œil, construire la perspective d'une suite de carreaux égaux aux carreaux donnés, de maniere que la salle paroisse carrée et même plus profonde.

PRATIQUE.

Soit *zAu* le plan de la salle donnée, *zu* l'intersection du mur oblique, P la place des pieds du spectateur, et *z*V la hauteur de l'œil.

Fig. 34. Du point P abaissez une perpendiculaire indéfinie sur la base *zu* du mur oblique; au point G, où cette perpendiculaire coupe cette même base, portez la grandeur *z*V de G en C; par ce point menez une ligne *xy* parallele à la base *zu*, cette ligne *xy* sera la ligne de fuite du plan de la salle. Du point P menez PI parallele aux lignes A*z*, B-1, etc....; au point I élevez à *zu* une perpendiculaire, qui, par sa section F[2] avec *xy*, donne ce point pour le point de fuite des perspectives des lignes A*z*, B-1, etc....; ainsi de chacun des points *z*, 1, 2, 3, 4, etc.... menez des lignes au point F[2], elles seront les perspectives totales des lignes A*z*, B-1, L-2, M-3, N-4, etc....

et de toutes leurs paralleles. Il faut ensuite déterminer la perspective des lignes *a*-1, *b*-2, etc.... Menez PH parallele à ces mêmes lignes; au point H élevez à *zu* une perpendiculaire, qui, par sa section avec *xy*, donne le point de fuite F^1 des perspectives des lignes *a*-1, *b*-2, *l*-3, etc.... et de toutes leurs paralleles; ainsi des points *z*, 1, 2, 3, etc.... menez au point F^1 des lignes qui seront les perspectives totales des lignes *a*-1, *b*-2, etc....; ces lignes, par leurs intersections avec celles qui vont au point F^2, termineront les carreaux perspectifs, et la somme des carreaux contenus sur la surface *zgu* sera ce qui manque à la salle pour qu'elle paroisse carrée.

Si l'on veut augmenter le nombre des carreaux, il faut chercher la perspective d'une diagonale. Divisez donc l'angle IPH en deux parties égales par la ligne PG, qui sera alors parallele à AI; au point G élevez à *zu* une perpendiculaire, qui, par sa section avec *xy*, donnera le point de fuite C de la diagonale et de toutes ses paralleles; menez *z*C, qui sera la perspective totale de la diagonale; de tous les points où cette ligne coupe celles qui vont au point F^2 menez des lignes au point F^1, vous obtiendrez une nouvelle suite de carreaux qui diminueront en raison de leur enfoncement dans le tableau.

L'autre diagonale devant aussi faire un angle de 45° avec la ligne PH, sera parallele au tableau oblique, et n'aura conséquemment pas de point de fuite, elle restera donc parallele à la base *zu* du tableau oblique; ainsi par le point *g* menez parallèlement à *zu* une ligne *gb*, qui, par ses intersections avec les lignes qui vont au point F^2, donneront des points, par lesquels menant des lignes au point F^1, vous obtiendrez la même suite de carreaux, et le nombre des carreaux perspectifs sera d'autant plus grand que vous aurez mené un plus grand nombre de diagonales perspectives.

DÉMONSTRATION.

Si on suppose le plan F^2DF^1 rabattu jusqu'à ce qu'il devienne parallele au plan IPH, les lignes DF^2, DF^1, DC seront paralleles aux lignes *z*A, A*u*, AI, et conséquemment les points F^2, F^1, C, déterminés par les lignes IF^2, HF^1, GC, sont les vrais points de fuite des lignes *z*A, A*u*, AI, et de toutes leurs paralleles (définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ). Le reste de la construction se démontre comme dans les différentes méthodes pour la perspective des carreaux, tome 1ᵉʳ.

En examinant la figure 35, où l'opération est mise en perspective, on verra le passage des plans et leurs intersections. J'ai donné dans cette figure les mêmes lettres aux points semblables.

Étant donnés le plancher d'une salle, l'intersection d'un mur oblique avec le plancher et le plafond, construire sur le mur oblique la perspective de la portion de plancher et de plafond qui manque à la salle pour qu'elle paroisse carrée; construire aussi la perspective d'une porte dans le fond de la salle.

PRATIQUE.

Soit *zu* l'intersection du plan oblique *zo*Q*u* avec le plancher de la salle, P la place du spectateur, *z*R la hauteur de son œil.

Fig. 36. Construisez la perspective des carreaux comme dans la figure 34.

Pour obtenir la perspective de la porte il faut d'abord en connoître la largeur, la hauteur et l'épaisseur. Je suppose que cette porte ait 4 pieds d'ouverture, et qu'elle soit située au

milieu du mur qui termine la salle; alors, en supposant les carreaux perspectifs chacun égaux à 1 pied, prenez sur *zq* une grandeur *ol* égale à quatre carreaux perspectifs; sur les points *o* et *l* élevez des perpendiculaires à la ligne de fuite *xy;* portez sur *z*O une grandeur *z*V égale à la hauteur de la porte; menez VF, qui, par ses intersections *c* et *h* avec les perpendiculaires élevées aux points *o* et *l*, terminent la face perspective de la porte; des points *o* et *l* menez des lignes au point F'; portez sur la base *zu* prolongée une grandeur *z*K égale à l'épaisseur de la porte; du point K menez KF, qui, par ses intersections *i* et *e* avec les lignes *o*F', *l*F', donne les épaisseurs *oi*, *le* de la porte perspective; aux points *i* et *e* élevez des perpendiculaires à la ligne de fuite *xy;* des points *c* et *h* menez des lignes au point F', ces lignes, par leurs intersections avec les perpendiculaires élevées aux points *i* et *e*, donneront les points *p* et *m*, qui, étant joints par une ligne *pm*, termineront l'épaisseur perspective de la porte. Menez OF; au point *q* élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite *xy;* menez QF', qui, par son intersection P avec OF ou *q*P, termine la perspective du mur *z*OP*q*, parallele à A*u*, et la perspective *q*PQ*u* de la partie du mur parallele à *z*A, qui manque à la salle pour qu'elle paroisse carrée.

DÉMONSTRATION.

Les deux lignes VF, *z*F sont deux paralleles perspectives; les deux lignes *oc*, *lh* sont aussi deux lignes paralleles perspectives; mais, comme elles sont comprises entre les paralleles perspectives VF, *z*F, elles sont perspectivement égales entre elles et à la ligne *z*V; ainsi la hauteur de la porte est perspectivement égale à la ligne *z*V. La ligne *ch* tend au point F, puisqu'elle représente une ligne parallele aux lignes *r*-1, *s*-2, etc....; les lignes *oi*, *le*, *cp*, *hm* doivent toutes tendre au point

F', puisqu'elles représentent des lignes paralleles aux lignes *Az*, B-1, etc..... (définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); les lignes *oc*, *ip*, *lh*, *em* sont perpendiculaires à la base *zu* du tableau ou à la ligne de fuite *xy*, puisqu'elles représentent des lignes perpendiculaires au plan objectif (coroll. 5ᵉ, définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne OP doit tendre au point F, puisqu'elle représente une ligne parallele aux lignes *r*-1, *s*-2, etc.... (définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ). Je dis que le mur *z*OP*q* doit paroître parallele à la ligne A*u*; en effet les lignes O*z* et *q*P sont des paralleles perspectives; les lignes OP, *zq* sont aussi des paralleles perspectives, puisqu'elles tendent au même point F; les lignes O*z*, P*q* sont donc des paralleles perspectives comprises entre des paralleles perspectives, P*q* est donc perspectivement égale à *z*O; par conséquent le mur *z*OP*q* paroît parallele à A*u*. Le mur *q*PQ*u* paroît parallele à la ligne *z*A, puisque les deux lignes PQ, *qu* qui le terminent tendent au point de fuite F' des lignes *z*A, B-1, etc...., conséquemment la salle paroît carrée.

Étant donné un mur oblique dans le sens inverse du précédent, étant aussi donnés les mêmes lignes et les mêmes points, déterminer la perspective de deux portes et d'une plus grande suite de carreaux.

PRATIQUE.

Fig. 37. Cette construction est la même que celle du précédent problême. On augmentera le nombre de carreaux par le moyen que j'ai donné à la figure 34 de ce volume. On déterminera la perspective de la seconde porte en obtenant d'abord la perspective de sa base, en élevant des perpendiculaires à la ligne *xy*, et en prolongeant les lignes 1*o*, *cp*, *eq*, *hm* de la premiere.

Étant donnés le plancher d'une salle, l'intersection de deux murs obliques avec le plancher et le plafond de la même salle, la place de l'œil et sa hauteur, construire la perspective de ce qui manque à la salle pour qu'elle paroisse carrée et plus profonde, et construire la perspective d'une porte.

PRATIQUE.

Fig. 38. Ce problême est le même que les deux précédents; mais comme le mur qui termine la salle est plus enfoncé que celui qui la rendroit carrée, la construction qui donnera la perspective de la porte est différente de celle qui a donné la perspective des portes dans les deux problêmes qui précédent.

Construisez les carreaux comme dans les problêmes précédents; augmentez-les, comme dans la figure 34, au moyen de la diagonale perspective zF^2; construisez d'abord la perspective du mur dans lequel la porte doit être percée. Je suppose l'épaisseur égale à 2 pieds, conséquemment la base de ce mur est placée sur la ligne *eo;* au point *o* élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite *xy;* menez QF^1, qui, par son intersection avec la perpendiculaire élevée au point *o,* donne l'angle K du mur; menez FK prolongée, qui donne la perspective *o*KV*r* du mur oblique. La ligne *zi* donnant la surface *uiz*, perspective de ce qui manque à la salle pour qu'elle paroisse carrée, la ligne *zu* est la place du mur qui termineroit alors la salle. Au point *i* élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite *xy;* portez sur la perpendiculaire *u*Q une grandeur *u*I égale à la hauteur de la porte; menez IF^1, qui donnera *ib* pour la hauteur de la porte sur le plan P*iz*, et *no* pour la hauteur de

la même porte sur le plan *o*KV*r;* aux points *e* et *r* menez des perpendiculaires à la ligne de fuite *xy;* menez F*n* prolongée, qui donnera *ema* perspective de la face de la moitié de la porte; menez *m*F', qui coupera au point *l* la perpendiculaire élevée sur le point *d;* menez F*l* prolongée, qui terminera l'épaisseur perspective de la porte.

J'observe que les lignes PT, PS, P*z* sont les distances des points de fuite F, F², F', et qu'on peut les employer comme je l'ai fait dans le premier volume.

La construction de la porte et des carreaux sur l'autre plan est absolument la même que celle de ce problême.

Dans cette figure les deux plans ont la même inclinaison: il peut cependant arriver que leur inclinaison ne soit pas la même; dans ce cas l'opération ne changera point, il y aura seulement plus ou moins d'éloignement entre les points de fuite, et la distance de ces points de fuite sera plus ou moins longue.

DÉMONSTRATION.

Les lignes *u*F', IF' concourant au même point de fuite F', sont perspectivement paralleles (coroll. 1er, définit. 11e, t. 1er); les lignes *u*I, *ib, on* sont des paralleles perspectives, conséquemment les deux lignes *on, u*I sont perspectivement égales; les lignes *on, em* sont aussi perspectivement égales, comme paralleles perspectives comprises entre les paralleles perspectives *e*F, *m*F; mais *on* est perspectivement égale à *u*I, *on* est perspectivement égale à *me,* donc *me* est perspectivement égale à *u*I; conséquemment la hauteur de la porte est perspectivement égale à la hauteur donnée *u*I. La démonstration du reste de la construction est la même que celle du problême précédent.

Si les deux plans, au lieu de faire l'angle rentrant *uzu'*, faisoient au contraire un angle saillant, l'opération seroit encore la même.

Je donnerai une autre méthode pour tracer sur deux plans qui font entre eux un angle quelconque.

FIN DE LA PREMIERE PARTIE.

SECONDE PARTIE.

MÉTHODES POUR REPRÉSENTER TOUS LES OBJETS POSSIBLES QUELLE QUE SOIT L'INCLINAISON DU TABLEAU.

Étant donnés un solide quelconque, l'inclinaison du tableau, la place et la hauteur de l'œil, construire sur le tableau incliné la perspective du solide.

DANS cette figure j'ai mis en perspective l'opération perspective elle-même, afin de mieux faire voir les intersections des plans qui donnent les lignes de construction.

PRATIQUE.

Soit ABEQHIR le solide dont on veut déterminer la perspective sur le tableau incliné NS*zu*, D l'œil du spectateur, DP sa hauteur, *zu* la base du tableau, ou son intersection avec le plan KWG, sur lequel pose le solide.

Fig. 39. Faites passer par l'œil parallèlement au plan KGW un plan LG*xy*, qui, par son intersection avec le tableau NS*zu*, donnera la ligne de fuite *xy* du plan KGW, et conséquemment des faces ABEQ, IHMR du solide; du point D menez DF parallele aux lignes AQ, BE, HI, MR, cette ligne DF donnera le point de fuite de ces mêmes lignes : la ligne DF est

la distance du point F, et cette distance ramenée perspectivement sur la ligne de fuite xy est égale à FD^1. Prolongez les lignes IH, MR jusqu'à ce qu'elles coupent la base du tableau aux points *n* et *o*; de ces points menez *n*F, *o*F, qui seront les perspectives totales des lignes IH, MR; menez le rayon ID, ce rayon, par son intersection avec *n*F, donnera le point *i*, perspective du point I; menez RD ou *ir* perspectivement parallele à IR, l'une ou l'autre de ces deux lignes, par son intersection avec *o*F, donnera le point *r* perspective du point R, et par conséquent la ligne *ir* perspective de IR; menez iD^1, diagonale perspective, dont l'intersection *m* avec *o*F donnera la perspective *m* du point M; menez *hm* perspectivement parallele à HM, la ligne *hm* terminera *ihmr*, perspective de IHMR.

Il faut à présent déterminer la perspective des lignes AH, QI, ER, BM; il faut donc obtenir la ligne de fuite des faces AHIQ, BEMR, et le point de fuite des lignes AH, IQ, RE, BM.

Par l'œil D menez un plan LGTV parallele aux faces ERQI, ABMH, ce plan, par son intersection avec le tableau ou son prolongement, donnera x^1y^1, ligne de fuite des mêmes faces ERQI, ABMH; menez DF^1 parallèlement aux lignes QI, ER AH, BM, elle donnera le point de fuite F^1 de ces mêmes lignes; menez par les points *h*, *i*, *r*, *m* et le point de fuite F^1 des lignes indéfinies, qui seront les perspectives totales des lignes AH, IQ, ER, BM. La distance du point de fuite F^1 est DF^1, cette distance, ramenée perspectivement sur la ligne x^1y^1, est F^1D^2; la ligne D^2r prolongée, par son intersection avec F^1i prolongée, donnera le point *q*, perspective du point Q. La ligne *qe*, perspectivement parallele à QE, donnera le point *e*, perspective du point E; les lignes *q*F, *e*F, par leurs intersections avec F^1h, F^1m prolongées, donneront les points *a*, *b*, perspec-

tives des points A et B; menez *ab*, qui terminera la perspective du cube.

DÉMONSTRATION.

Le plan LGxy étant parallele aux faces IHMR, ABEQ du cube, son intersection avec le tableau NSzu donne la ligne de fuite xy des mêmes faces IHMR, ABEQ (définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF étant parallele aux lignes AQ, HI, BE, MR, donne le point de fuite F de ces mêmes lignes (définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ). On peut encore démontrer de cette maniere que le point F est le point de fuite des lignes AQ, IH, EB, RM. La ligne Fv étant l'intersection du tableau et du plan DPvF, parallele aux faces AHIQ, BERM, est la ligne de fuite de ces faces; la ligne xy est la ligne de fuite des faces ABQE, IHMR, l'intersection F des deux lignes de fuite xy et Fv sera donc le point de fuite des communes intersections des faces AHIQ, EBMR avec IHMR, ABEQ, c'est-à-dire le point de fuite des lignes HI, AQ, MR, BE (coroll. 3ᵉ, définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF est la longueur de la distance du point F (définit. 12ᵉ, tome 1ᵉʳ); le plan GLVT étant parallele aux faces ABMH, EQIR, donne, par son intersection avec le prolongement du tableau, la ligne de fuite $x'y'$ de ces mêmes faces (définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF' étant parallele aux lignes AH, QI, RE, MB, le point F', où elle coupe la ligne $x'y'$, est le point de fuite de ces mêmes lignes (définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF' est la longueur de la distance du point F' (définit. 12ᵉ, t. 1ᵉʳ); les lignes de fuite et leurs distances, les points de fuite et leurs distances étant déterminés, la construction est alors la même que celle que j'ai donnée pour le cube dans le premier volume, par conséquent la démonstration doit aussi être la même.

Il est bon de remarquer que toute l'opération pour tracer

la perspective d'un solide quelconque sur un tableau dont l'inclinaison est connue se réduit à déterminer les lignes de fuite des faces du solide, les points de fuite des lignes qui terminent ces faces, et les distances de ces mêmes lignes et points de fuite, et à faire ensuite la perspective comme si l'on opéroit sur un tableau vertical et parallele au spectateur.

La *figure* 40 est la perspective du tableau incliné *z*MS*u*, vue de face; *xy* est la ligne de fuite déterminée par le plan GL*xy*, parallele au plan KGVW.

Étant données l'inclinaison d'un mur qui coupe deux faces d'une salle, la place et la hauteur de l'œil, construire sur ce mur la perspective des carreaux contenus dans l'espace Vzu, *la perspective du mur* VKL, *et celle de la partie des fenêtres cachée par le mur incliné* KzuL.

PRATIQUE.

Soit D la place de l'œil, DP sa hauteur, *zu* l'intersection du mur oblique K*zu*L avec le plancher de la salle.

Fig. 41. Cette figure est encore l'opération perspective mise en perspective, dans l'intention de faire mieux comprendre l'opération purement perspective que je donnerai dans la planche suivante.

Par le point D, œil du spectateur, menez un plan MN*xy* parallele au plancher de la salle, l'intersection de ce plan avec le mur oblique donnera la ligne de fuite *xy* du plancher de la salle; menez DF parallele aux lignes O*z*, Q-1, R-2, etc...., son intersection F avec la ligne de fuite *xy* sera le point de fuite des perspectives des mêmes lignes O*z*, Q-1, R-2, etc....; des points *z*, 1, 2, 3, etc.... menez des lignes au point F, ces lignes seront les perspectives totales des lignes *a*-1, *b*-2, *c*-3,

e-4, etc.... Amenez la distance FD perspectivement de F en D' sur la ligne *xy;* menez 1D', qui sera la perspective d'une diagonale; par les points où cette diagonale perspective coupe les lignes qui vont au point F menez des lignes perspectivement paralleles aux lignes *zu,* S-5, T-6, etc...., vous obtiendrez une suite de carreaux perspectivement égaux à ceux de la salle. Il faut ensuite déterminer la ligne de fuite du plan VKL. Menez donc par l'œil D un plan MN*x'y'* parallele au plan VKL, la ligne *x'y'*, suivant laquelle le plan MN*x'y'* coupera le prolongement du tableau, sera la ligne de fuite du plan VKL et de ses paralleles; menez DF' parallele à KV, le point F' sera le point de fuite des perspectives des lignes KV, AE, BG, etc....; les lignes KF', LF', par leurs intersections avec *z*F et *u*F, donneront *g*K et *m*L perspectives de KV et *n*L; et les lignes EF', GF' seront les perspectives totales du prolongement de la croisée. Pour déterminer sa hauteur perspective portez à la droite du point *v* une grandeur perspectivement égale à son élévation au-dessus du plancher; par le point qui fixera cette grandeur et par le point *d* menez une diagonale perspective *dp*, qui, par son intersection *p* avec EF', donne *pv* perspectivement égale à l'élévation de la fenêtre au-dessus du plancher; menez *pq* perspectivement parallele à AB, vous aurez la figure E*pq*G pour la perspective de la partie de la fenêtre cachée par le mur incliné. Construisez de la même maniere la perspective de la seconde fenêtre; contruisez la perspective de l'épaisseur comme dans toutes les opérations perspectives que j'ai données au premier volume.

DÉMONSTRATION.

Le plan MN*xy* étant parallele au plancher, son intersection *xy* avec le plan incliné est la ligne de fuite du plancher,

et conséquemment des carreaux (définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF étant parallele aux lignes Vz, a-1, b-2, c-3, etc...., son intersection F avec xy est le point de fuite de ces mêmes lignes et de leurs paralleles (définition 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF est la longueur de la distance du point de fuite F (défin. 12ᵉ, t. 1ᵉʳ); cette distance, ramenée sur la ligne de fuite xy, est perspectivement égale à FD'; le plan MN$x'y'$ étant parallele au plan VKL, son intersection $x'y'$ avec le prolongement du mur incliné est la ligne de fuite du plan VKL (définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF', parallele aux lignes KV, AE, etc...., donne, par son intersection avec $x'y'$, le point de fuite F' de ces mêmes lignes (définition 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); DF' est la distance du point F' (défin. 12ᵉ, t. 1ᵉʳ); cette distance, ramenée sur la ligne de fuite, est perspectivement égale à F'd. Les lignes de fuite, les points de fuite, et leurs distances, étant déterminés, l'opération est absolument la même que celle que j'ai donnée dans le premier volume pour les carreaux et les fenêtres; par conséquent la démonstration de la construction est aussi la même.

Il faut observer que toute l'opération sur ce tableau incliné dépend du triangle FDF', de la ligne DC, et de la ligne oP.

La *figure* 42 représente ce triangle débarrassé de toutes les lignes qui servent à la construction de la perspective. La ligne FF' est l'inclinaison du mur; le point o est celui par lequel passe l'intersection du mur avec le plancher; DP est la hauteur de l'œil; F est le point de fuite des lignes Vz, a-1, b-2, etc...., et en même temps le point par lequel passe la ligne de fuite de la perspective du plancher, C est le centre du tableau; F' est le point de fuite des lignes VK, AE, etc...., et en même temps le point par lequel passe la ligne de fuite du plan KVLn.

Il est facile de remarquer que la construction seroit toujours la même quand le plan incliné varieroit de position; la

ligne DF prolongée détermineroit toujours le point de fuite F² des lignes Vz, a-1, etc....; les lignes DF² et oF² seroient seulement plus longues; la ligne DF¹ donneroit toujours le point de fuite F³ des lignes VK, EA, etc....; seulement les deux lignes DF³ et oF³ seroient plus courtes : il n'y auroit donc de différence que dans la ligne DC, qui ne détermineroit plus le centre du tableau puisqu'elle ne lui seroit plus perpendiculaire; dans ce cas le centre se trouve déterminé par la ligne DC¹, perpendiculaire à F²F³.

On voit aussi que pour avoir la ligne de fuite du plan qui passe par la ligne oP, il suffit de mener un plan qui fasse avec le tableau l'angle oFD, supplément de celui que fait le tableau avec la ligne oP, c'est-à-dire supplément de l'angle FoP, ou bien qui fasse l'angle oFD égal à l'angle NoF, que fait le tableau avec le prolongement du plan qui passe par la ligne oP.

Étant donnés le plancher d'une salle, la place et la hauteur de l'œil, l'inclinaison d'un mur qui termine cette salle, construire la perspective des carreaux et des murs qui doivent faire paroître la salle carrée.

PRATIQUE.

***Fig.* 43.** Menez une ligne quelconque DF¹ prolongée indéfiniment; faites DP égale à la hauteur de l'œil au-dessus du plancher, Po perpendiculaire à DP et égale à la distance des pieds du spectateur à la base du mur incliné; par le point o faites passer une ligne indéfinie Fm, qui fasse avec oP l'angle FoP égal à celui que fait le mur avec le plancher, menez DF parallele à oP, et prolongez DP jusqu'à ce qu'elle coupe Fm au point F¹

Fig. 44. Soit $zANu$ le plancher de la salle, zu l'intersection ou base du mur oblique.

Par le milieu o de la base ou intersection zu menez à cette ligne une perpendiculaire indéfinie, le point o (fig. 44) sera le même que le point o (fig. 43); transportez la grandeur oF de cette figure de o en F^2 sur la ligne hH de la figure 44; par le point F^2 menez xy perpendiculaire à hH, cette ligne xy sera la ligne de fuite du plan des carreaux, c'est-à-dire du plancher, et F^2 sera le point de fuite des lignes Az, Ba, Cc, Ee, etc....; prenez (fig. 43) la ligne DF, portez-la (fig. 44) de F^2 en D^2, la ligne F^2D^2 sera alors la distance du point de fuite F^2; des points z, a, c, e, g, etc.... menez des lignes au point F^2, ces lignes seront les perspectives totales des lignes Az, Ba, Cc, Ee, etc....; la ligne zD^2, perspective d'une diagonale, par ses intersections avec les lignes qui vont au point F^2, donnera des points par lesquels des paralleles à zu termineront la perspective des carreaux.

Si l'on veut en augmenter le nombre, on menera $6D^2$, perspective d'une autre diagonale, cette ligne, par ses intersections avec les lignes qui vont au point F^2, donnera de nouveaux points, par lesquels des paralleles à la base zu termineront une nouvelle suite de carreaux perspectifs.

DÉMONSTRATION.

La ligne xy étant l'intersection d'un plan parallele au plancher, est la ligne de fuite de la perspective du plancher, conséquemment de la perspective du plan des carreaux (définit. 8e, tome 1er); cette ligne xy doit être parallele à la base ou intersection zu du plancher avec le mur incliné (corollaire 4e, définition 8e, t. 1er). La ligne D^2F^2 (fig. 44), égale à DF (fig. 43), est la distance du point de fuite F^2 (définition 12e, tome 1er);

les perspectives des lignes OP, RS, TV restent paralleles à la base *zu* du mur incliné (coroll. 3[e], définit. 11[e], t. 1[er]).

PRATIQUE *pour la porte et les murs qui terminent la salle.*

Fig. 44. Portez la ligne *o*F' (fig. 43) de *o* en F^3 sur la ligne *h*H prolongée (fig. 44); au point F^3 menez $x'y'$ parallele à *zu*, cette ligne sera la ligne de fuite du plan de la porte, et conséquemment du plan du mur qui termine le fond de la salle; le point F^3 sera le point de fuite des perspectives des lignes perpendiculaires au plancher ou au plan des carreaux; portez DF' (fig. 43) de F^3 en D^3 sur la ligne $x'y'$ (fig. 44), le point D^3 sera alors la distance du point de fuite F^3; des extrémités 2 et 8 de la base du mur qui termine le fond de la salle menez au point F^3 des lignes prolongées indéfiniment, et fixez la hauteur que vous voulez donner à la salle. Dans cette figure elle a 9 pieds. Si vous regardez les carreaux perspectifs comme représentant des pieds, à la droite du point 2 prenez 2-5 égale à neuf carreaux perspectifs; menez D^3-5 prolongée, qui, par sa section M' avec F^3-2 prolongée, donnera M'-2 perspectivement égale à 9 pieds; M'N', parallele à *zu*, terminera le mur M'N'-2-8, qui aura 9 pieds de hauteur et 10 de largeur. Fixez la largeur de la porte: ici elle est supposée égale à 4 pieds; elle est aussi placée au milieu du mur. Prenez donc 3-4 égale à quatre carreaux, les points 3 et 4 termineront la base de la porte; par le point F^3 et les points 3 et 4 menez des lignes prolongées indéfiniment, qui seront les perspectives totales des montants. Pour obtenir sa hauteur perspective, qui dans cette figure est égale à 8 pieds, par le point D^3 et le point 4 menez une ligne, qui, par sa section avec F^3-3 prolongée, donnera 3-*b* perspectivement égale à 3-4, c'est-à-dire perspec-

tivement égale à 4 pieds; menez *bl* parallele à *zu;* par le point D^3 et le point *l* menez D^3l prolongée, qui, par sa section *t* avec F^3-3 prolongée, donnera *bt* perspectivement égale à 4 pieds; conséquemment 3*t* perspectivement égale à 8 pieds perspectifs; *tv*, parallele à *zu*, terminera la face de la porte. Il faut encore obtenir la perspective de son épaisseur: ici elle a été supposée égale à 2 pieds, conséquemment les points 1 et 7 sont les limites de cette épaisseur; par le point F^3 et les points 1 et 7 menez des lignes prolongées; menez tF^3, vF^3, qui, par leurs sections *r* et *s* avec les lignes F^3-1, F^3-7 prolongées, termineront la face *rs*-1-7 de l'épaisseur. Les lignes F^3N', F^3M' prolongées, par leurs intersections avec F^3u, F^3z prolongées, acheveront la perspective des murs latéraux.

DÉMONSTRATION.

La ligne $x'y'$ est la ligne de fuite de la porte et du plan du mur 2M'N'-8, puisqu'elle est l'intersection d'un plan perpendiculaire au plancher de la salle avec le prolongement du mur incliné (définit. 8e, t. 1er); le point F^3 est le point de fuite des lignes qui doivent représenter des perpendiculaires au plancher, puisqu'il est l'intersection d'une ligne perpendiculaire au plancher avec le mur incliné (définit. 12e, t. 1er); la ligne F^3D^3 est la distance de ce point de fuite (défin. 11e, t. 1er). La ligne $x'y'$ étant la ligne de fuite de la perspective du mur 2M'N'-8, la ligne *hH* étant la ligne de fuite des perspectives des murs *z*-2M', *u*-8N', la commune intersection F^3 de ces deux lignes de fuite est le point de fuite de la commune intersection des plans *z*-2M', *u*-8N' avec le plan 2N'M'-8, et par conséquent le point de fuite des lignes 2M', 8N' (coroll. 3e, définit 8e, t. 1er); la diagonale perspective D^3-5M' donne 2M' perspectivement égale à 2-5 (démonstrat. de la fig. 17, t. 1er).

Par la même raison *bl* égale *l*-4, égale *b*-3, égale 4 pieds; D^3lt, diagonale perspective, donne *bt* perspectivement égale à *b*-3, c'est-à-dire perspectivement égale à 4 pieds: donc la ligne totale *t*-3 est égale à 8 pieds perspectifs. Pour démontrer que le mur $2M^1N^1$-8 paroîtra vertical, il suffit de démontrer que M^1N^1 paroîtra égale à 2-8; M^1N^1 et 2-8 sont deux paralleles perspectives comprises entre les paralleles perspectives M^1F^3, N^1F^3; par conséquent M^1N^1 paroîtra égale à 2-8. On démontrera de même que la porte doit paroître verticale. La ligne *xy* étant la ligne de fuite du plafond ZM^1N^1Q, *h*H étant la ligne de fuite des murs latéraux QN^1-8*u*, ZM^1-2*z*, le point F^2, où ces deux lignes de fuite se coupent, est le point de fuite des intersections du plafond avec les murs latéraux; par conséquent le point de fuite des lignes ZM^1, QN^1 (corollaire 3ᵉ, définition 8ᵉ, t. 1ᵉʳ). Par le même corollaire le point F^2 est le point de fuite des lignes *tr*, *sv*.

Étant donnés un tableau incliné dans le sens inverse du précédent, la place et la hauteur de l'œil, déterminer sur ce tableau incliné la perspective d'un solide de maniere que ce solide paroisse peint sur un tableau vertical.

PRATIQUE.

Fig. 45. Cette figure est l'opération perspective mise elle-même en perspective.

Soit ABCEGHIL le solide donné, OQ*zu* le plan sur lequel il repose, *zu* l'intersection du tableau incliné avec le plan OQ*zu*, sur lequel pose le solide, D l'œil, et DP sa hauteur.

Menez le plan MN*xy*, parallele aux faces ABCE, GHIL, la ligne *xy*, suivant laquelle le tableau incliné est coupé par le plan MN*xy*, est là ligne de fuite de ces faces; la ligne DF,

parallele aux lignes BC, AE, GH, IL, détermine le point de fuite F des perspectives de ces mêmes lignes; la ligne DF est la distance du point de fuite F : cette distance, ramenée perspectivement sur la ligne de fuite xy, est D^1; et l'on a déterminé tout ce qu'il faut pour construire la perspective des faces ABCE, GHIL : mais il faut ensuite trouver la ligne et les points nécessaires pour construire la perspective des faces CEIH, ABGL. Menez le plan OQx^1y^1 parallelement aux faces CEIH, ABGL, la ligne x^1y^1, suivant laquelle le plan OQx^1y^1 coupera le tableau incliné, sera la ligne de fuite de ces mêmes faces, et la ligne DF^1, parallele aux lignes CH, EI, BG, AL, donnera le point de fuite F^1 de ces mêmes lignes; la ligne DF^1 est la distance du point F^1 : cette distance, ramenée perspectivement sur la ligne de fuite xy, est D^3F^1 ou D^4F^1. Les lignes de fuite des faces, les points de fuite des lignes qui terminent ces faces étant déterminés, la construction de la figure perspective est la même que celles que j'ai données dans le premier volume.

DÉMONSTRATION.

Le plan $MNxy$ étant parallele aux faces ABCE, LGHI, la ligne xy, suivant laquelle il coupe le tableau incliné, est la ligne de fuite des perspectives de ces mêmes faces (définition 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); le plan PF^1o étant parallele aux faces BGHC, AEIL, la ligne oF^1 est la ligne de fuite de ces faces (définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); l'intersection F de la ligne de fuite xy avec la ligne de fuite oF^1 est le point de fuite de la commune intersection des faces BCHG, AEIL avec les faces ABCE, LIHG, c'est-à-dire le point de fuite des lignes GH, LI, BC, AE (corollaire 3ᵉ, définition 8ᵉ, tome 1ᵉʳ); la ligne FD est la distance du point de fuite F (définit. 12ᵉ, t. 1ᵉʳ); le plan OQx^1y^1 étant parallele aux faces ECHI, ABGL, la ligne x^1y^1, suivant laquelle il coupe le tableau incliné, est la ligne de fuite des per-

spectives de ces mêmes faces (définit. 8e, t. 1er); la ligne oF^1 étant la ligne de fuite des faces BGHC, AEIL, la ligne x^1y^1 celle des faces ECIH, ABGL, la commune intersection F^1 de ces lignes de fuite est le point de fuite des intersections des faces BCHG, AEIL avec les faces ECHI, ABGL, c'est-à-dire le point de fuite des perspectives des lignes CH, EI, BG, AL (coroll. 3e, définit. 8e, t. 1er); la ligne DF^1 est la distance du point de fuite F^1 (définit. 12e, t. 1er).

Toute l'opération se réduit donc à construire le triangle oPF^1; d'où l'on voit que la ligne DF, par son intersection avec oF^1, donne le point F, par lequel passe la ligne de fuite xy, parallele à zu; que la ligne DF^1, par son intersection avec oF^1, donne le point F^1, par lequel passe la ligne de fuite x^1y^1, parallele à la base zu, et que les lignes DF, DF^1 sont les distances des points de fuite F et F^1.

Étant donnés le plancher d'une salle, l'inclinaison d'un mur vers le spectateur, la place et la hauteur de l'œil, construire la perspective d'une suite de carreaux qui rende la salle plus profonde, et construire la perspective des murs qui la feront paroître carrée.

PRATIQUE.

Fig. 47. Menez une ligne quelconque Po égale à la distance des pieds du spectateur à la base du mur incliné; au point P élevez une perpendiculaire indéfinie; faites PD égale à la hauteur de l'œil au-dessus du plancher; menez oF^1, qui fasse avec Po un angle égal à celui que fait le mur incliné avec le plancher; menez DF parallèlement à Po, le point F sera le point de fuite des lignes paralleles à Po; prolongez PD jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne oF^1 au point F^1, et menez DC perpendiculaire à oF^1.

Fig. 48. Menez une ligne indéfinie *h*H par le milieu *o* de la base du mur incliné, le point *o* est alors celui où la base du mur oblique est rencontrée par une perpendiculaire qui lui est menée des pieds du spectateur; portez *o*F (fig. 47) de *o* en F (fig. 48); au point F menez à *zu* une parallele, qui sera la ligne de fuite du plan des carreaux; portez DF (fig. 47) de F en D' (fig. 48), FD' sera la distance du point F; des points *z*, *b*, *c*, *e*, *i*, etc.... menez des lignes au point F, la diagonale perspective *z*D', par ses intersections avec les lignes *z*F, *b*F, *c*F, *e*F, etc...., donnera des points par lesquels des paralleles à *zu* termineront la perspective des carreaux.

DÉMONSTRATION.

La ligne DF (fig 47) étant parallele à la ligne *o*P, détermine le point de fuite F des lignes A*z*, B*b*, C*c*, E*e*, etc...., puisque la ligne *o*P (fig. 47) est supposée perpendiculaire à la base *zu* du tableau; la ligne *xy*, parallele à *zu*, est la ligne de fuite de la perspective du plan *z*AP*u* (corol. 4ᵉ, défin. 8ᵉ); les lignes *z*F, *b*F, *c*F, etc.... sont les perspectives totales des lignes A*z*, B*b*, C*c*, etc.... (fin de la définit. 13ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne *z*D' est la perspective de la diagonale (coroll. de la fig. 17, t. 1ᵉʳ); les lignes 5-9, *lq*, etc...., perspectives des lignes QR, AP, etc...., restent paralleles à la base *zu* du tableau (coroll. 4ᵉ, définit. 11ᵉ).

PRATIQUE *pour la perspective de la porte et des murs qui terminent la salle.*

Fig. 48. Portez (fig. 47) la ligne FF' de F en F' (fig. 48); menez *x'y'* parallèlement à *zu*, le point F' sera le point de fuite des lignes perpendiculaires au plan des carreaux, et *x'y'* la ligne de fuite du mur qui termine le fond de la salle; la ligne

DF' (fig. 47), portée de F' en D' sur la ligne $x'y'$ (fig. 48), sera la distance du point de fuite F'. Fixez la base du mur, qui termine la salle suivant la profondeur que vous voulez lui donner; l'augmentation de profondeur donnée à cette salle est dans cette figure égale à 8 pieds; ainsi *sr* est la base de ce mur. Menez *s*F', *r*F', qui seront les perspectives totales des lignes qui le terminent. Fixez la hauteur de la salle; elle est supposée ici égale à 16 pieds; portez sur la ligne *sr* prolongée une grandeur *s*A' égale à quatre des divisions de la ligne *sr*, la ligne A'D', par son intersection avec *r*F' prolongée, donne *rv* perspectivement égale à 16 pieds; parallèlement à *xy* menez *vt*, qui terminera la perspective du fond de la salle. Pour la perspective de la porte, fixez d'abord son ouverture, qui dans cette figure est supposée égale à six pieds. Prenez 2-7 égale à six divisions de la ligne *sr*, c'est-à-dire à six pieds; des points 2 et 7 menez les lignes 2F', 7F', qui seront les perspectives totales des montants de la porte. Si vous voulez lui donner, comme dans cette figure, 12 pieds de hauteur, vous menerez 2D', qui, par son intersection avec 7F', donnera 7B' égale à 6 pieds perspectifs; menez ensuite B'E' parallèlement à *xy*, E'D', par son intersection avec 7F', donnera B'-6 perspectivement égale à 6 pieds perspectifs, et conséquemment 6-7 égale à 12 pieds; la ligne 6-4 terminera la face perspective de la porte. Des points 1 et 2, qui fixent son épaisseur égale à 3 pieds, menez des lignes au point F'; des points 4 et 6 menez des lignes au point F, ces lignes, par leurs intersections avec 1F', 3F', termineront la perspective de l'épaisseur. Menez *z*F', *u*F', les lignes F*t*, F*v* prolongées, par leurs intersections avec *z*F', *u*F', donnent les points S et V, qui terminent la perspective des murs latéraux.

DÉMONSTRATION.

La ligne DF' (fig. 47) étant perpendiculaire à DF, le point F' est le point de fuite des lignes perpendiculaires aux lignes dont F est le point de fuite (définit. 11e, t. 1er); la ligne F'F, portée (fig. 48) sur la ligne *h*H de F en F', donne donc le point de fuite F' des lignes perpendiculaires au plan des carreaux *ursz;* le plan qui passe par la ligne qui a déterminé le point F' et par la ligne *x'y'* est donc perpendiculaire au plan des carreaux, par conséquent *x'y'* est la ligne de fuite de tous les plans perpendiculaires au plancher, et est alors la ligne de fuite du mur qui termine le fond de la salle (définit. 8e, t. 1er); la ligne DF' (fig. 47), portée de F' en D^2 (fig. 48), est la distance du point de fuite F' (définit. 11e, t. 1er); la ligne PF' (fig. 47) étant perpendiculaire au plancher, la ligne P*o*, perpendiculaire à la base du mur incliné, le plan P*o*F' est perpendiculaire au même mur incliné, et conséquemment *o*F' est la ligne de fuite de tous les plans qui doivent paroître perpendiculaires au fond de la salle; ainsi la ligne *h*H (fig. 48) est la ligne de fuite des murs *z*S*ts*, 1-2-4-8, 3-6-7, *rv*V*u* (définition 8e, t. 1er); la ligne *h*H étant la ligne de fuite de ces plans, la ligne *x'y'* celle des plans *rstv*, 2-4-6-7, 1-3-8, la commune intersection F' de ces lignes de fuite est le point de fuite des lignes *z*S, *st*, 2-4, 1-8, etc.... (coroll. 3e, définit. 8e, t. 1er); la ligne 2D^2 donne B'-7 perspectivement égale à 2-7, ou à 6 pieds (corollaire de la fig. 17, t. 1er); la ligne B'-7 étant perspectivement égale à 2-7, la figure 2E'B'-7 représente un carré, par conséquent E'B' est perspectivement égale à 2-7; la ligne E'D^2 étant une diagonale perspective, la ligne 6B' est perspectivement égale à E'B', égale à 2-7, égale à 6 pieds; par conséquent 6-7 est perspectivement égale à 12 pieds. Il faut

démontrer que la porte doit paroître verticale ; il suffit pour cela de démontrer que 4-6 paroîtra égale à 2-7 ; les lignes $2F^1$, $7F^1$ étant des paralleles perspectives, les lignes 2-7, 4-6 sont des paralleles perspectives comprises entre des paralleles perspectives ; 4-6 est donc perspectivement égale à 2-7, par conséquent la porte 2-4-6-7 paroîtra verticale. La ligne *xy* étant la ligne de fuite des plans *ursz*, S*tv*V, 4-8-6, 1-2-3-7, la ligne *h*H celle des plans *zSts*, 1-2-4-8, 3-6-7, *rv*V*u*, la commune intersection F de ces lignes de fuite est le point de fuite des intersections perspectives de ces plans, c'est-à-dire le point de fuite des lignes *zs*, S*t*, 2-1, 4-8, 3-7, *v*V, *ur* (coroll. 3e, défin. 8e, t. 1er). *r*A^1 étant égale à 16 pieds, A^1D^2 donne *vr* perspectivement égale à 16 pieds (fig. 17, t. 1er). Si la salle se trouvoit coupée par un mur qui eût une tout autre inclinaison, l'opération se réduiroit à trouver sur ce mur les lignes de fuite des objets qu'on voudroit y représenter, et à trouver les points de fuite des lignes qui terminent ces objets.

Si la salle se trouvoit coupée par plusieurs plans, il faudroit alors déterminer sur chacun de ces plans les lignes de fuite des objets qu'on voudroit y représenter, et les distances des points de fuite des lignes qui terminent ces objets.

FIN DE LA SECONDE PARTIE.

TROISIEME PARTIE.

MOYENS D'AUGMENTER EN APPARENCE LES DIMENSIONS D'UNE SALLE QUELCONQUE, CE QUI COMPREND LES PLAFONDS ET PLANCHERS.

Étant donnée une salle ABHGCEzu, *augmenter les dimensions de cette salle.*

PRATIQUE.

Fig. 49. Cette figure représente l'opération perspective mise elle-même en perspective.

Pour augmenter en apparence les dimensions de cette salle il faut tracer sur le mur zECu une suite de carreaux qui paroisse être le prolongement des carreaux du plancher, et une surface qui paroisse être le prolongement du mur AEzG.

Je divise cette opération en deux parties, pour ne pas fatiguer l'attention.

PRATIQUE *pour la perspective des carreaux.*

Soit zu la base du mur, D la place de l'œil, DH sa hauteur.

Menez par l'œil D un plan parallele au plancher de la salle, ce plan, par son intersection avec le mur ECuz, donne la ligne xy pour la ligne de fuite du plan des carreaux; menez la ligne DF parallèlement aux lignes Gz, Ii, Ll, Mm, etc...., cette ligne, par son intersection avec xy, donnera le point de

fuite F des mêmes lignes Gz, Ii, Ll, Mm, etc....; la distance du point de fuite F est perspectivement égale à DF; cette distance, ramenée sur la ligne de fuite, est perspectivement égale à FD²: tout ce qui est nécessaire pour construire la perspective des carreaux est alors déterminé.

Des points z, i, l, m, etc...., où les lignes Gz, Ii, Ll, Mm, etc.... coupent la base zu du tableau, menez des lignes au point F; d'un des points de divisions de la base zu, comme, par exemple, du point a, menez aD²; cette ligne, par ses intersections avec zF, iF, lF, mF, etc...., donnera des points par lesquels des paralleles à la base zu du tableau termineront la perspective des carreaux. Si on veut en augmenter le nombre, on menera une ligne du point g au point D²; cette ligne gD², par ses intersections avec les mêmes lignes zF, iF, lF, mF, etc...., donnera de nouveaux points par lesquels des paralleles à la base du tableau termineront une nouvelle suite de carreaux perspectifs.

DÉMONSTRATION.

Le plan FDKx étant parallele au plancher, la ligne xy, suivant laquelle ce plan coupe le mur CEzu, est la ligne de fuite de la perspective du plancher, et conséquemment celle du plan des carreaux (définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF, parallele aux lignes Gz, Ii, Ll, Mm, etc...., par son intersection avec xy, détermine le point de fuite F de ces mêmes lignes (définition 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF est la distance de ce point de fuite (définit. 12ᵉ, t. 1ᵉʳ); les lignes zF, iF, lF, mF, etc.... sont les perspectives totales des lignes Gz, Ii, Ll, Mm, etc.... (fin de la fig. 6, t. 1ᵉʳ); la ligne aD² est la perspective de la diagonale qui passe par tous les angles des carreaux perspectifs (démonstration de la *fig.* 29, t. 1ᵉʳ); les lignes WK, VT, etc..;

étant paralleles à la base du tableau, leurs perspectives n'ont pas de point de fuite, conséquemment elles restent paralleles à la base du tableau (coroll. 4e, définit. 11e, t. 1er).

PRATIQUE *pour la perspective de la porte et celle des murs qui terminent la salle.*

Si le mur EAGz étoit effectivement prolongé, il seroit AE'R'G; il faut donc représenter sur le mur oblique le prolongement EE'R'z du mur AE'R'G; la ligne EE' est parallele aux lignes Gz, Ii, Ll, Mm, etc...., elle doit nécessairement tendre au même point de fuite que ces lignes, c'est-à-dire au point F; la ligne EF est la perspective totale de la ligne EE'. Au point b, perspective du point R', élevez une perpendiculaire, qui, par sa section e avec EF, termine la perspective bezE du mur EE'R'z. Supposez que la porte 1-3-2-5 soit celle percée dans le mur, si la salle étoit effectivement prolongée; pour construire sa perspective il faut observer quelle est la direction des lignes qui la terminent. Menez d'abord A'F', qui sera la perspective de l'épaisseur du mur; sur les points o et s, perspective des points 3 et 2, élevez à la ligne xy des perpendiculaires indéfinies; portez sur la ligne zE une grandeur zV' égale à la hauteur de la porte; du point V' menez V'F, qui, par ses intersections avec les perpendiculaires élevées sur les points o et s, donnera la figure $onps$ pour la perspective de la face de la porte; menez sh parallele à la base zu; au point h élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite xy; menez pq parallele à zu; du point q, où elle coupe la perpendiculaire élevée au point h, menez rqF, qui terminera la perspective de l'épaisseur. Au point g élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite xy; du point e menez une parallele à zu,

l'intersection *k* de ces deux lignes terminera la perspective du mur qui pose sur la ligne *bg*.

DÉMONSTRATION.

Les lignes E*e*, *np*, *rq*, etc.... devant représenter des lignes paralleles à G*z*, I*i*, L*l*, etc...., doivent tendre au point de fuite des perspectives de ces mêmes lignes G*z*, I*i*, L*l*, etc.... (coroll. 1er, définit. 11e, t. 1er); les lignes *hs*, *qp*, *ek*, etc.... devant représenter des lignes paralleles aux lignes HG, ON, QP, etc...., doivent rester paralleles à la base *zu* du tableau (coroll. 4e, définit. 11e, t. 1er); les lignes *no*, *hq*, *sp*, *be*, *gk* devant représenter des verticales, leurs perspectives doivent être perpendiculaires à la base *zu* du tableau ou à la ligne de fuite *xy* (coroll. 5e, définit. 11e, t. 1er).

Étant donnés le plancher* ABuz, *la place* P *du spectateur*, OF *la hauteur de son œil, la base* uz *d'un des murs latéraux*, *augmenter en apparence la grandeur de la salle.

PRATIQUE.

***Fig.* 50.** Par le point F menez F*xy* parallèlement à la base *zu* du tableau, cette ligne sera la ligne de fuite du plan des carreaux; par le point P menez *x'y'*, perpendiculaire à *xy*, la ligne *x'y'* sera la ligne de fuite du mur vertical qu'on supposeroit élevé sur la ligne A*u*; portez PO de F en D sur la ligne *x'y'*, cette ligne sera la distance du point de fuite F; cette distance, ramenée sur *xy*, sera FD'. Dès points *z*, *g*, *o*, *p*, etc...., où les lignes B*z*, G*g*, K*o*, M*p*, etc.... rencontrent la base *zu* du tableau, menez des lignes au point de fuite F de ces mêmes lignes B*z*, G*g*, K*o*, M*p*, etc...., les lignes *z*F, *g*F, *o*F, *p*F, etc.... seront les perspectives totales de ces mêmes lignes

B*z*, G*g*, K*o*, M*p*, etc....; menez *z*D' perspective de A*z*, cette ligne *z*D', par ses intersections avec *z*F, *g*F, *o*F, *p*F, etc...., donnera des points par lesquels des paralleles à *zu* termineront la perspective des carreaux. Au point *u* élevez *u*A' perpendiculaire à la base *zu* du tableau; portez sur *u*A' une grandeur *u*A' égale à la hauteur du mur qui termine le fond de la salle; du point A' menez A'F; au point *l* élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite *xy*, cette ligne, par son intersection B' avec A'F, terminera la perspective du mur qui doit être au fond de la salle augmentée. Pour déterminer la perspective de la porte il faut d'abord fixer sa place, ensuite son ouverture; si l'on veut placer la porte au milieu du mur *u*A'B'*l* et donner à cette porte 4 pieds d'ouverture, en supposant chacun des carreaux égaux à 2 pieds perspectifs, on placera les points de départ des deux montants aux points 5 et 6; sur ces points élevant des perpendiculaires indéfinies, ces perpendiculaires seront les perspectives indéfinies des montants de la porte. Sur *u*A' fixez la grandeur *vu* égale à la hauteur de la porte; menez *v*F, qui, par ses intersections 2 et 4 avec les perpendiculaires élevées sur les points 5 et 6, terminera la face perspective de la porte. Pour avoir la perspective de son épaisseur portez sur *zu* une grandeur *us* égale à l'épaisseur géométrale; du point *s* menez *s*F, qui fixera l'épaisseur perspective du mur *u*A'B'*l;* menez 6-8 parallele à *zu;* du point 8, où elle coupe *s*F, élevez une perpendiculaire à *xy* ou à *zu;* du point 4 menez une parallele à *zu;* du point 3, où elle coupe la perpendiculaire élevée au point 8, menez F-3-1, qui terminera la perspective de l'épaisseur; une perpendiculaire à *zu* élevée dn point *m*, une parallele à cette même ligne, menée du point B', terminera la perspective E'B'*lm* du mur latéral.

Si le plancher de la salle n'étoit pas formé par des carreaux,

le prolongement de la salle ne représenteroit pas alors des carreaux perspectifs, conséquemment la méthode que je viens de donner ne pourroit plus servir pour déterminer les points 5 et 6 qui fixent l'ouverture de la porte; il faudroit donc employer la méthode générale que j'ai donnée dans le premier volume. La ligne *ul* représente une ligne perspectivement égale à A*u* ou *zu*, la base du tableau; alors, si l'on veut que la porte soit représentée au milieu de la ligne *ul*, il faut fixer au milieu de *zu* une grandeur *no* égale à l'ouverture géométrale de la porte; des points *n* et *o* menant des lignes au point D', qui fixe la distance ramenée sur la ligne de fuite *xy*, ces lignes, par leurs intersections 5 et 6 avec *u*F, donneront l'ouverture 5-6 de la porte perspectivement égale à *no*.

DÉMONSTRATION.

Pour bien concevoir cette construction il faut comparer cette figure 50 avec la figure 49. La ligne *zu* de la figure 50 représente *zu* de la figure 49; la surface A'*u*O*x*' de la figure 50 représente le mur CE*zu* de la figure 49, ce mur étant rabattu sur la ligne *zu* jusqu'à ce qu'il devienne horizontal; la ligne *xy* (fig. 50) représente la ligne de fuite *xy* du plan du plancher (fig. 49): cette ligne *xy* est la ligne de fuite du plan du plancher (définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ). La ligne *x'y'* (fig. 50) représente la ligne *u*C (fig. 49) aussi rabattue avec le plan EC*zu*: cette ligne *u*C (fig. 49) est la ligne de fuite de la perspective du prolongement du mur EG*z* (définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); conséquemment la ligne *x'y'* (fig. 50) est la ligne de fuite du plan élevé verticalement sur la ligne A*u*; elle est aussi la ligne de fuite de la perspective de son prolongement, conséquemment la ligne de fuite du mur A'B'*lu*. La ligne *xy* étant la ligne de fuite du prolongement perspectif du plancher, la ligne *x'y'* la ligne de

fuite du prolongement perspectif du mur élevé verticalement sur la ligne Au, la commune intersection F de ces lignes de fuite est le point de fuite de la commune intersection de ces deux plans, c'est-à-dire le point de fuite de la ligne Au et de toutes ses paralleles (coroll. 3e, définit. 8e, t. 1er). Les lignes Bz, Gg, etc.... étant toutes paralleles à la ligne Au, ont le même point de fuite F (coroll. 1er, définit. 11e, t. 1er), les lignes uF, qF, nF, etc.... sont les perspectives totales des lignes Au, Qq, Nn, etc.... (fin de la fig. 6, t. 1er); la ligne zD' est la perspective de la diagonale Az (démonstration de la fig. 17, t. 1er); les perspectives des lignes AB, RC, SE, etc.... doivent rester paralleles à ces mêmes lignes AB, RC, SE, etc.... (coroll. 4e, définit. 11e, t. 1er); les lignes A'B', 2-4, 1-3, 5-8 devant représenter des lignes paralleles aux lignes AB, RC, SE, etc...., doivent nécessairement concourir au point de fuite F des mêmes lignes AB, RC, SE, etc.... (coroll. 1er, définit. 11e, t. 1er); les lignes uA', 5-2, 8-3, 6-4, lB', mE' devant représenter des lignes verticales, sont perpendiculaires à la base zu du tableau (coroll. 5e, définit. 11e, t. 1er); les lignes 3-4, 6-8, lm, B'E' devant représenter des lignes paralleles à AB, etc...., restent paralleles à ces mêmes lignes (coroll. 4e, définit. 11e, t. 1er).

On peut observer que l'opération est absolument la même que celles que j'ai données pour le tableau vertical.

Fig. 51. Cette figure représente la vue de face du mur qui reçoit la perspective, et des lignes qui servent à la construire.

Etant donnés le plancher d'une salle uzz'u', *la place* P *des pieds du spectateur, la distance* PO *de son œil à chacun des murs latéraux, l'élévation* OF *de son œil au-dessus du plancher, construire sur chacun des murs latéraux le prolongement perspectif de la salle et la perspective d'une porte.*

PRATIQUE.

Fig. 52. La construction de la porte et des perspectives sur chacun des murs latéraux est absolument la même que celle de la figure 50. J'ai conservé les mêmes lettres à chacune des lignes employées à la construction, qui elle-même ne differe que par l'opération faite sur l'un des murs latéraux pour faire paroître la salle plus profonde.

Pour parvenir à rendre cette salle plus profonde on peut se servir de l'une ou de l'autre des deux méthodes suivantes.

Portez sur la base *zu*, en supposant qu'on puisse la prolonger, des divisions égales à *u'o*, *om*, etc.... de cette même ligne; par les points de divisions menez des lignes au point F; du point *u'* menez au point D² une ligne, qui, par ses sections avec les nouvelles lignes qui vont au point F, donnera des points par lesquels des paralleles à la base *zu* termineront la perspective de nouveaux carreaux. On peut observer aussi qu'il est inutile de mener de nouvelles paralleles à *z'u'*, les mêmes lignes 1-2, 3-4, etc.... completent la perspective des nouveaux carreaux par leurs intersections avec les nouvelles lignes qui vont au point F'.

Second moyen lorsqu'on ne peut pas prolonger la base du tableau.

Prolongez l'une quelconque des lignes paralleles à *z'u'*,

comme, par exemple, 3-4; sur ce prolongement portez des divisions égales à celle de cette même ligne 3-4; par ces nouveaux points menez des lignes au point F; ces lignes, coupées par le prolongement des lignes 1-2, etc...., paralleles à $z'u'$, détermineront la perspective d'un nombre de carreaux égal au nombre des divisions portées sur le prolongement de 3-4.

DÉMONSTRATION.

Les nouvelles lignes qui vont au point F sont les perspectives totales des paralleles à $u'u$, qui existeroient si la salle étoit effectivement prolongée; les lignes 2-1, 4-3, etc.... prolongées, sont les perspectives des paralleles à zu, aussi prolongées.

DES PLAFONDS ET DES PLANCHERS.

Étant donnés le plafond d'une salle, la place de l'œil du spectateur et sa distance au plafond, faire paroître cette salle plus élevée d'une quantité déterminée, tracer ensuite la perspective des objets contenus sur le prolongement des murs qui terminent cette salle.

PRATIQUE.

Fig. 53. Cette figure représente l'opération perspective mise elle-même en perspective.

Soit OM*uz* le plafond de la salle ABHGOM*uz*, D la place de l'œil.

Je suppose qu'on veuille augmenter en apparence la salle d'une quantité égale à *z*C; la salle ainsi augmentée seroit donc BAGHO'M'UC. Pour qu'elle paroisse augmentée de cette quantité il faut donc tracer sur le vrai plafond OM*uz* de la

salle la perspective de son augmentation *zu*MOM'O'UC. Menez par l'œil D un plan parallele à AG*uz* ou à son prolongement; ce plan, par son intersection avec le plafond OM*uz*, donnera la ligne de fuite *xy* du prolongement du mur AG*uz*; de l'œil D menez DF parallele à A*z*, par son intersection avec *xy*, elle donnera le point de fuite des lignes *z*C, *u*U et de leurs paralleles. La ligne DF est la distance du point de fuite F; alors *zu* se trouve être la base du tableau, et *zu*CUM'O'OM le plan géométral à représenter. Des points *z* et *u* menez les deux lignes *z*F, *u*F, qui seront les perspectives totales des lignes C*z*, U*u*; le rayon CD, par son intersection avec *z*F, donne le point *c* perspective du point C, et conséquemment *zc* pour la perspective de *z*C; du point *c* menez *ce* perspectivement parallele à CU, cette ligne, par son intersection avec *u*F, donnera le point *e* perspective du point U, et la ligne *ce* perspective de CU; des points *c* et *e* menez des lignes paralleles à CO', ces lignes seront les perspectives de CO', UM'. Il faut ensuite tracer la perspective de la fenêtre 1-2*ao*. Prolongez les lignes *a*-1, *o*-2 jusqu'à ce qu'elles coupent la base *zu* du tableau aux points *m* et *n*; de ces points menez des lignes au point F; des points 1 et 2 menez des rayons à l'œil D, ces rayons, par leurs intersections 6 et 8 avec *m*F, *n*F, donneront les perspectives des points 1 et 2; des points *a* et *o* menez au point D des rayons, qui, par leurs intersections avec *m*F et *n*F, donneront les points *b* et *h* perspectives des points *a* et *o*. Même construction pour l'épaisseur de la fenêtre.

Si l'œil, au lieu d'être en D, étoit à tout autre place, l'opération seroit encore la même, seulement la forme des figures perspectives changeroit à chaque position de l'œil; ce qui a lieu dans toutes les opérations perspectives, quelle que soit la position du tableau.

DÉMONSTRATION.

Le plan D*xy*, parallele à Az*u*G, donne la ligne de fuite *xy* de la perspective de ce plan et de son prolongement (défin. 8[e], t. 1[er]); la ligne DF, menée de l'œil perpendiculairement à *xy*, donne le point de fuite F des perspectives des lignes perpendiculaires à *zu* (définit. 11[e], t. 1[er]), conséquemment F est le point de fuite des lignes C*z*, *am*, *on*, *u*U; les lignes *z*F, *m*F, *n*F, *u*F sont les perspectives totales des lignes C*z*, *am*, *on*, U*u* (fin de la fig. 6, t. 1[er]).

Étant donnés un plafond, la place de l'œil, sa distance au plafond, faire paroître la salle plus élevée d'une quantité déterminée.

PRATIQUE.

Soit *xy* la ligne de fuite des plans qui doivent paroître verticaux, F le point de fuite des lignes qui doivent paroître verticales, FD sa distance, *zu* la base du tableau, *zuz'u'* le plan du plafond, et ABCE l'épaisseur des murs qui le soutiennent.

Fig. 54. Des points *z*, *u*, *z'*, *u'* menez des lignes au point F, ces lignes seront les perspectives totales des prolongements des intersections des murs latéraux; portez sur la base *uz* une grandeur *ub* égale à la profondeur que vous voulez obtenir; menez *b*D, qui, par son intersection avec *u*F, donnera *u*-2 perspectivement égale à *ub;* du point 2 menez 2-3 parallele à *zu;* au point 3, où elle coupe *z*F, menez 3-4 parallele à *z'u;* du point 4 menez 4-5 parallele à *u'z'*, et du point 5 menez 5-2 parallele à *z'u*, vous aurez le carré 2-3-4-5, perspective du plafond *zuz'u'*, élevé d'une quantité perspectivement égale à *ub*.

Il faut ensuite déterminer la perspective des fenêtres. Portez donc sur les lignes *zu*, *zu'*, *u'z'*, *z'u* des grandeurs *aa*, *aa*, etc.... égales à l'ouverture des fenêtres; de ces points *a*, *a*, *a*, *a*, etc.... menez des lignes au point F, qui seront les perspectives totales des montants des fenêtres. Pour en déterminer la hauteur portez sur *uz* une grandeur *uo* égale à la hauteur qu'on suppose à ces mêmes fenêtres; menez *o*D, qui, par son intersection avec *u*F, donnera *u*-1 perspectivement égale à *uo;* par le point 1 menez 1-6 parallele à *zu;* par le point 6 menez 6-7 parallele à *zu';* par le point 7 la ligne 7-8 parallele à *u'z'*, et par le point 8 la ligne 8-1 parallele à *z'u*, ces lignes, par leurs intersections avec les lignes *a*F, *a*F, etc...., terminent les perspectives *aann*, etc.... des faces des fenêtres.

L'épaisseur d'une des fenêtres une fois déterminée, servira à obtenir celle de toutes les autres. Menez donc *a*M perpendiculaire à *zu;* du point M menez MF; du point *n* la ligne *nh* perpendiculaire à *zu;* du point *h* la ligne *he* parallele à *zu*, cette ligne *he* terminera la perspective de l'épaisseur. De chacun des points M, M, etc.... menez des lignes au point F; prolongez *he* jusqu'à ce qu'elle coupe *z*F, *u*F aux points *q* et *p*, portez la grandeur *zq* de *u'* en *r*, de *z'* en *s* sur les lignes *u'*F, *z'*F; joignez les points *q*, *p*, *s*, *r* par des lignes qui termineront la perspective des épaisseurs des autres fenêtres.

Je ne donnerai pas d'autre exemple pour cette opération, attendu qu'elle est la même que celle du tableau vertical.

DÉMONSTRATION.

Pour bien concevoir l'opération il faut comparer cette figure à la figure 53, et l'on verra que la ligne *xy* (fig. 54) est la même que la ligne *xy* (fig. 53); la ligne *xy* (fig. 54), comme dans la figure 53, étant l'intersection avec le plafond d'un

plan parallele à deux des murs latéraux, est conséquemment la ligne de fuite de leurs perspectives (définition 8e, t. 1er); le point F (fig. 54) étant, comme dans la figure 53, l'intersection d'une ligne parallele aux lignes qui doivent paroître verticales, est conséquemment le point de fuite de ces mêmes lignes (définition 11e, t. 1er); la distance DF de la figure 53 est DF dans la figure 54; les lignes *z*F, *u*F, *z'*F, *u'*F sont les perspectives totales des intersections des murs latéraux (fin de la fig. 6, t. 1er); la ligne *b*D, diagonale perspective, donne *u*-2 perspectivement égale à *ub* (démonstration et corollaire de la fig. 17, t. 1er); la figure 2-3-4-5 est la perspective de la figure *zuz'u'* (corollaire 6e, définition 11e, t. 1er). Par le même corollaire les figures 1-8-7-6, *pqrs* sont les perspectives des figures originales qui déterminent les hauteurs et les épaisseurs originales des fenêtres, conséquemment elles doivent déterminer les hauteurs et les épaisseurs perspectives des fenêtres perspectives.

DES PLANCHERS.

Étant donnés le plancher d'une salle, la place et la hauteur de l'œil, tracer la perspective de plusieurs objets qui se trouvent au-dessous du plancher, leurs distances de ce même plancher étant connues.

PRATIQUE.

Fig. 55. Cette figure est l'opération perspective mise elle-même en perspective.

Soit *xyzu* le plancher de la salle, D la place de l'œil du spectateur, DF sa distance, *zu* la base du tableau, et ABINOTE le solide qu'on veut représenter.

Par l'œil D du spectateur menez le plan KL*xy* parallele

aux faces ANOT, BCEI du solide, ce plan, par son intersection avec le plancher, qui est ici le tableau, donnera la ligne de fuite xy des perspectives de ces mêmes faces; du point D menez DF parallele aux lignes BC, IE, OT, AN, cette ligne, par son intersection avec xy, donnera le point de fuite F de ces mêmes lignes; ce même point F sera aussi le point de fuite des lignes G*z*, *u*H. Commençons donc par déterminer la perspective du mur *z*GH*u*. Des points *z* et *u* menez au point F des lignes qui seront les perspectives totales des lignes *z*G, *u*H; du point H menez à l'œil D un rayon HD, qui, par sa section avec *u*F, donnera *uh* perspectivement égale à *u*H; par le point *h* menez *hg* perspectivement parallele à GH ou *zu*, vous aurez la figure *zghu* perspective de la figure *z*GH*u*. Pour déterminer la perspective du cube prolongez TE, NC jusqu'à ce qu'elles coupent la ligne GH aux points *p* et *q*; de ces points menez des paralleles à DF; des points *s* et *r*, où elles coupent la base *zu* du tableau, menez des lignes au point F; des points P et Q, où elles coupent la ligne *hg*, menez des paralleles géométrales à TE, NC, etc...., ces paralleles seront les perspectives indéfinies des lignes TE, NC, OI, AB; des points O et I menez les rayons OD, ID, qui, par leurs sections avec la parallele P*o*, donneront les points *o* et *i* perspectives des points O et I, et conséquemment la ligne *oi* perspective de la ligne OI; des points *o* et *i* menez des lignes *oa*, *ib* perspectivement paralleles à OA, IB, par leurs intersections *a* et *b* avec la parallele Q*a*, elles termineront la perspective *abio* de la face ABIO; des points *o* et *a* menez au point F des lignes *o*F, *a*F, qui seront les perspectives totales des lignes OT, AN; du point T menez le rayon TD, qui, par sa section avec *o*F, donnera le point *t* perspective du point T, et conséquemment *ot* perspective de OT; du point *t* menez *tn* perspectivement parallele

à TN, le point *n* sera la perspective du point N, *tn* la perspective de TN, *na* celle de NA, et *oant* la perspective de la face OANT; ce qui complétera la perspective de tout ce que l'œil D peut appercevoir du cube ABIOTECN.

DÉMONSTRATION.

Le plancher *xyzu*, sur lequel doit se faire l'opération, est ici le tableau; le plan KL*xy* étant parallele aux faces ANOT, BCEI et au plan GH*uz*, par son intersection avec le plancher, donne la ligne de fuite *xy* des perspectives des faces ANOT, BCEI et du plan GH*uz* (définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF étant parallele aux lignes OT, AN, IE, BC, G*z*, H*u*, par son intersection avec *xy*, donne le point de fuite F des perspectives de ces mêmes lignes (définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); les lignes *u*F, *z*F sont les perspectives totales des lignes *u*H, *z*G (fin de la figure 6, t. 1ᵉʳ); le rayon HD, par son intersection avec *u*F, donne *uh* perspectivement égale à *u*H par la propriété du rayon (fig. 6, t. 1ᵉʳ); la ligne *hg*, perspective de HG, lui est parallele (corollaire 4ᵉ, définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); les lignes *r*Q, *s*P, qui tendent au point F, sont les perspectives des lignes *sp*, *rq*, puisque ces lignes sont perpendiculaires au plancher, et conséquemment paralleles aux lignes *z*G, *u*H, etc...., dont F est le point de fuite; les lignes *ab oi*, perspectives des lignes AB, OI, leur sont paralleles (coroll. 4ᵉ, définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ). Par le même corollaire les perspectives *oa*, *ib*, *tn* sont paralleles à leurs originales OA, IB, TN.

Étant donnés le plancher d'une salle, la place de l'œil et sa hauteur, faire paroître cette salle plus profonde d'une quantité déterminée.

PRATIQUE.

Fig. 56. Comparant cette figure avec la figure 55, on observera que la ligne *xy* de la figure 56 est la même que la ligne *xy* de la figure 55, et que par conséquent la ligne *xy* (fig 56) est la ligne de fuite de la perspective du prolongement du mur *z*MV*u*; que le point F est le point de fuite de toutes les lignes qui doivent paroître perpendiculaires au plancher, comme dans la figure 55; que DF est la hauteur de l'œil rabattue sur la ligne de fuite *xy*. Dans la figure 55 cette distance est élevée perpendiculairement au-dessus de la ligne de fuite *xy*, ce qui ne change rien à l'opération, comme je l'ai démontré dans le premier volume. Des points *u* et *z* menez des lignes au point F, ces lignes seront les perspectives totales des prolongements des lignes *z*M, *u*V; menez *z*D, qui, par son intersection avec *u*F, donnera 9*u* perspectivement égal à *uz;* du point 9 menez 9-4 parallele à *zu*, 9-4*zu* sera le prolongement perspectif du mur *z*MV*u;* menez 4Q, 9R paralleles à *z*O ou *u*P, la figure 4QR9 sera la perspective du nouveau plancher. Des points 2, 3, 4, etc... menez des lignes au point F; des points 5, 6, 8, etc..., où ces lignes coupent 4-9, menez des lignes paralleles à 9R; portez les divisions 4-5, 5-6, etc.... sur 9R; de ces nouveaux points menez des lignes paralleles à 4-9, vous terminerez la perspective des carreaux du nouveau plancher.

Pour la perspective de la porte fixez d'abord son ouverture: dans cette figure elle est supposée égale à 4 pieds; ainsi des points *a* et *b* menez des lignes au point F. Pour déterminer

la hauteur de cette porte, qui dans cette figure est égale à 9 pieds, menez la ligne D*s* prolongée, qui, par son intersection avec F*a* aussi prolongée, donne *ae* perspectivement égale à *as*; menez *ec* parallele à *zu*, vous aurez *aecb* pour la face perspective de la porte. Pour obtenir son épaisseur des points *a* et *b* menez des lignes perpendiculaires à *zu*, sur lesquelles portant deux divisions de la ligne 4*s*, vous aurez *ar*, *b*P perspectivement égales à 2 pieds; menez *rp* parallele à *zu*; des points *r* et *p* menez F*rm*, F*pn*, qui compléteront la perspective de l'épaisseur de la porte.

DÉMONSTRATION.

Le point F étant le point de fuite de toutes les lignes perpendiculaires au plancher, les lignes *z*F, *u*F sont donc les perspectives totales des prolongements des lignes *z*M, *u*V; la ligne D*s* prolongée donne *ae* perspectivement égale à *as*, par la propriété de la diagonale perspective (fig. 17, t. 1[er]); la diagonale perspective *z*D donne *u*-9 perspectivement égale à *zu* (fig. 17, t. 1[er]); la figure Q-4-9R est la perspective du plancher (coroll. 6[e], définit. 11[e], t. 1[er]). Il faut démontrer que Q-4-9R paroîtra égale au plancher original; 4-9 est perspectivement égale à *zu*, comme parallele perspective comprise entre les paralleles perspectives *z*F, *u*F; conséquemment 4-9RQ paroîtra égale au plancher original O*zu*P; les carreaux du plancher perspectif paroîtront égaux aux carreaux du plancher original, puisque les lignes 4-5, 5-6, etc.... sont perspectivement égales à *z*-2, 2-3, etc...., comme paralleles perspectives comprises entre paralleles perspectives.

Je donnerai à la fin de ce volume la maniere de tracer dans les plafonds et planchers voûtés.

FIN DE LA TROISIEME PARTIE.

QUATRIEME PARTIE.

MÉTHODES POUR TRACER LES DÉCORATIONS DE THÉATRES.

DÉFINITION.

On appelle *rideau* ou *toile d'avant-scene* la toile qui ferme l'ouverture du théâtre; on appelle *châssis* ou *feuille* la surface sur laquelle est tendue la toile qui doit recevoir une partie de la décoration.

On appelle *toile de fond* ou *ferme* la toile qui termine le théâtre et sur laquelle est tracée une partie de la décoration.

On appelle *plancher du théâtre* la surface sur laquelle marchent les acteurs et sur laquelle pose la décoration.

On appelle *coulisse* l'intervalle compris entre deux châssis.

On appelle *bande-d'air* des toiles qui sont placées au-dessus, en avant ou en arriere de chaque paire de châssis, et qui servent à représenter le ciel ou les plafonds des appartements.

Les décorations peuvent être peintes sur plusieurs châssis et plusieurs toiles de fond; mais lorsqu'il y a plus d'une toile de fond, il faut que la premiere représente un objet à travers lequel on puisse voir la seconde toile de fond.

Il faut maintenant chercher quelle disposition des châssis, de la toile de fond et du plancher sera la plus avantageuse aux décorations : le problême suivant résolvera la difficulté.

Un prisme ou pallélépipede CILRSGX, *qui seroit exposé à l'œil d'un spectateur placé en un point quelconque* D *sur la ligne* DO, *parallele à l'axe du prisme, l'image de ce prisme coïncideroit avec celle d'une pyramide qui auroit même base* LRS-3, *et son sommet sur la ligne* DO.

DÉMONSTRATION.

Fig. 56, *pl.* 27. Si l'on regarde la base LRS-3 comme étant le tableau, la ligne D*o*, parallele aux lignes GR, XS, IL, C-3, donnera le point de fuite *o* des perspectives de ces lignes (définition 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); par conséquent les lignes R*o*, S*o*, L*o*, 3-*o* sont les perspectives totales de ces mêmes lignes GR, XS, IL, C-3 (fin de la fig. 6, t. 1ᵉʳ). Menez les rayons GD, XD, ID, CD, qui, par leurs intersections avec R*o*, S*o*, L*o*, 3-*o*, donneront les points *s*, *r*, *d*, *c* perspectives des points G, X, C, I, et compléteront l'image du prisme. Il faut démontrer ensuite que l'image de la pyramide SRL-3V coïncide avec l'image du prisme; les lignes RG et DO étant paralleles, le côté RV de la pyramide SRL-3V, qui coupe les deux lignes RG, DO, se trouve dans le même plan que ces deux lignes, lequel plan contient aussi R*o;* conséquemment R*o* est aussi l'image de RV, et le point *o* celle du sommet V. Je démontrerois de même que les ligne S*o*, L*o*, 3-*o* sont aussi les perspectives des côtés SV, LV, 3V de la pyramide, conséquemment la perspective de la pyramide coïncide avec celle du prisme.

Si des points G, I, C, X on mene des rayons à l'œil D, ces rayons, par leurs intersections avec les côtés RV, LV, 3V, SV, donneront les points M, Q, H, N perspectives des points G, I, C, X, conséquemment la figure MQHN est la perspective de la face GICX du prisme, et la pyramide tronquée SRL-3HMNQ

représentera l'image de tout le prisme, de maniere que ces images sur la base SRL-3 coïncideront encore, puisqu'elles seront apportées par les mêmes rayons GD, XD, ID, CD.

L'art du décorateur est de faire paroître dans un espace déterminé un espace beaucoup plus grand. Voyons quelle disposition il faut alors donner aux châssis et au plancher.

Si l'on suppose que le plan LQH-3 soit le plancher du théâtre, puisque je viens de démontrer que le plan LQH-3 représentoit le plan LIC-3, on voit que sur un plancher incliné on peut représenter un plus grand espace que sur un plancher horizontal; on voit aussi que la pyramide tronquée 3LQHNMRS représentant le parallélépipede 3LICGRSX, il faut, pour pouvoir représenter un espace beaucoup plus grand, que les châssis, le plancher et le plafond prennent la forme d'une pyramide tronquée; en sorte que si l'on place des châssis suivant les lignes LQ et 3H, la décoration peinte sur ces châssis représentera l'espace 3LICGRSX.

Le point V, sommet de la pyramide, est celui que j'appellerai *centre de contraction*, puisque c'est le point qui fixe le resserrement des châssis; ce point V, *centre de contraction*, étant l'intersection du plancher par une ligne menée de l'œil perpendiculairement à la toile d'avant-scene SRL-3, sa place dépend absolument de la hauteur de l'œil D et de l'inclinaison du plancher; et comme le resserrement des châssis dépend du *centre de contraction*, il en résulte que le resserrement des châssis dépend absolument de la hauteur de l'œil D et de l'inclinaison du plancher.

Voyons quelle variation occasionneront dans l'apparence des objets les différentes positions du *centre de contraction*.

Fig. 57. Soit DK la hauteur de l'œil, et RCI l'inclinaison du plancher CEIIR.

Si l'on mene la ligne DV perpendiculaire au rideau ABCE, cette ligne, par son intersection avec le prolongement du plancher, donnera le point V pour centre de contraction; en effet le centre de contraction doit se trouver dans l'intersection de la ligne DV avec le plancher de la salle; il doit aussi se trouver dans l'intersection K*cme*V du plan DK*cme*V avec le plancher; mais le point V devant se trouver dans l'intersection K*cme*V et dans la ligne DV, ne peut se trouver qu'au point que ces deux lignes ont de commun entre elles, c'est-à-dire au point d'intersection V; donc le point V est le centre de contraction. Les lignes CV, EV sont les directions des châssis; le rayon ID, par son intersection Q avec CV, donne CQ perspectivement égale à CI, conséquemment CQ est l'image de CI; et la décoration peinte sur les châssis dans l'espace E*q*QC représenteroit un espace égal à CE*r*I: si les châssis s'étendoient jusqu'à la ligne *op*, alors la décoration représenteroit un espace qui auroit une profondeur égale au moins à trois fois la ligne CI; ce dont on peut se convaincre en prolongeant suffisamment la ligne CI et le rayon D*o*.

Fig. 58. Si au contraire la hauteur DK est plus courte que dans la figure précédente, l'œil du spectateur se trouve moins élevé, et conséquemment le centre de contraction plus rapproché; le resserrement des lignes CV, EV, place des châssis, se trouve aussi plus précipité; le rayon ID donne donc alors pour perspective de CI une ligne CQ beaucoup plus courte que la ligne CQ de la figure 57; conséquemment la suite des châssis placés entre les points C et Q représenteroit une profondeur égale à la ligne CI; et si ces châssis s'étendoient jus-

qu'à la ligne *op*, la décoration peinte sur ces châssis représenteroit alors une profondeur égale au moins à cinq fois la ligne CI, sans y comprendre ce qui seroit peint sur la toile de fond *po*NM.

Si l'inclinaison du plancher ECRH étoit plus grande, le point V, centre de contraction, seroit plus près du point D; conséquemment le resserrement des lignes EV, CV seroit plus précipité; alors le rayon DI donneroit pour représentation de CI une grandeur plus courte que CQ; en sorte que la grandeur CQ, perspective de CI, diminue en raison de l'inclinaison du plancher. Si la hauteur KD diminue, le centre de contraction V se rapproche encore du point D; d'où il résulte que la hauteur de l'œil et l'inclinaison du plancher concourent au rapprochement du centre de contraction.

Comme le plancher du théâtre est l'endroit où se passe la scene, il ne faut donc pas donner à ce plancher une inclinaison qui puisse gêner la marche des acteurs; l'inclinaison la plus forte qu'on puisse en général donner au plancher est un demi-pouce pour pied, ce qui donne à l'angle d'inclinaison la valeur d'à-peu-près trois degrés.

On peut augmenter un peu cette inclinaison lorsque le théâtre ne doit pas servir à représenter des ballets.

Ayant montré les différentes variations qu'occasionnent dans la perspective des objets les différentes places de l'œil et du point de contraction, je vais donner plusieurs méthodes pour tracer les décorations.

Tracer des décorations n'est autre chose que tracer la perspective de différents objets sur différents châssis ou tableaux éloignés les uns des autres d'une certaine distance.

Fig. 59. Soit D la place de l'œil, DK sa hauteur, V le centre

de contraction, et ABO*z*, *abou*, A'B'O'*z*', *a'b'o'u'*, etc.... les différentes paires de châssis ou tableaux sur lesquels on veut tracer la décoration.

Si par le point D on fait passer un plan horizontal, ce plan, par ses intersections avec les différentes paires de châssis, donnera les lignes de fuite ou d'horizon xy, $x'y'$, x^2y^2, x^3y^3, etc...., ces lignes seront les lignes de fuite des plans horizontaux (définit. 8e, t. 1er); la ligne DV, perpendiculaire au plan de chaque châssis, par ses intersections avec les lignes de fuite xy, $x'y'$, x^2y^2, x^3y^3, donnera les points F, F', F^2, F^3, qui sont les points de fuite des lignes perpendiculaires à chaque paire de châssis (définit. 11e, t. 1er): ces différents châssis étant éloignés l'un de l'autre d'une certaine distance, la distance de l'œil à chaque paire de châssis varie en raison de leur éloignement; ainsi la distance de l'œil au premier châssis étant DF, la distance de l'œil au second est DF', celle du troisieme est DF^2, et celle de la toile de fond $A^3B^3z^3u^3$ est DF^3: ces distances, élevées perpendiculairement sur chaque ligne de fuite, sont D'F, D^1F', D^2F^2, D^3F^3. Les différentes paires de châssis, par leurs intersections avec le plancher du théâtre, donnent les bases zu, $z'u'$, z^2u^2, z^3u^3. Il faut observer que la distance qui existe entre la base zu et la ligne de fuite xy diminue en raison de l'enfoncement de chaque paire de châssis, ce qui est dû à l'inclinaison du plancher; en sorte que la distance zy de la base zu à la ligne de fuite xy du premier châssis étant zy, la distance de la base $z'u'$ à la ligne de fuite $x'y'$ du second est $z'y'$, qui se trouve diminuée des quantités $z's'$, etc....

Le nombre des châssis doit être le même de chaque côté lorsqu'on veut représenter un monument symmétrique.

Pour tout autre objet la distance entre chaque châssis et la place de chacun de ces châssis dépendent absolument de ce qu'on veut représenter.

On distingue deux especes de châssis, *châssis droit* et *châssis oblique*. Le châssis droit est celui qui est parallele à la toile d'avant-scene, le châssis oblique est celui qui n'est pas parallele à la toile d'avant-scene. Il résulte de cette définition qu'il peut y avoir deux especes de châssis obliques. Je ferai voir la différence qui existe entre ces deux especes lorsque je donnerai la maniere de tracer les décorations sur les châssis obliques.

Moyen de préparer les châssis droits qui doivent recevoir la décoration.

Fig. 60. Soit GBKT une section verticale de la salle et du théâtre, la partie GBLH le théâtre, HLKT la place des spectateurs, SLV l'angle d'inclinaison, et DK la hauteur de l'œil.

La ligne LV est l'intersection du plan vertical avec le plancher de la salle; cette intersection doit contenir le centre de contraction; mais la ligne DV, parallele à KB, contient aussi le centre de contraction, par conséquent l'intersection des deux lignes LV et DV donnera le centre de contraction (fig. 57, t. 1er); les lignes *ba*, *dc*, *ie*, *gz*, *ml* sont les projections verticales indéfinies des châssis, ou bien les lignes sur lesquelles doivent être prises les hauteurs de chaque paire de châssis. Portez donc sur la ligne *ba* une grandeur égale à celle du premier châssis; du point *a* menez une ligne *a*V, qui, par ses intersections avec les lignes *dc*, *ie*, *gz*, etc...., donnera les différentes hauteurs de chaque paire de châssis, eu égard à son enfoncement dans le théâtre ou à son éloignement de l'œil; les points F, F^1, F^2, F^3, F^4 sont les différents points de fuite ou de vue de chaque paire de châssis; les lignes F*b*, F^1u, F^2s, F^3r, F^4q sont les différentes hauteurs qui existent entre la base et la ligne de fuite ou d'horizon de chaque paire de châssis; la

ligne *ho* est la hauteur de la toile de fond; son point de vue ou de fuite est F^5; la distance de sa base à la ligne de fuite est F^5p; toutes les distances de la base à la ligne de fuite diminuent en raison de l'enfoncement de chaque paire de châssis et de l'inclinaison du théâtre.

Il faut ensuite déterminer la largeur de chaque châssis, l'intervalle qui sépare chaque paire de châssis en raison de l'enfoncement de chacun de ces châssis.

Fig. 61. Prolongez la ligne LH de la figure 60; sur cette ligne portez une grandeur L^1H^1 égale à la largeur de l'avant-scene; par le point L, milieu de L^1H^1, et par les points L^1, H^1 menez des perpendiculaires à la ligne L^1H^1; prolongez les lignes KT, BG, SV de la figure 60 jusqu'à ce qu'elles coupent les perpendiculaires élevées aux points L^1, L, H^1 en des points T^1, K^1, I^1, G^1, B^1, V^1, alors la figure $L^1B^1G^1H^1$ sera le plan ou projection horizontale du théâtre, la figure $L^1H^1I^1T^1$ le plan ou projection horizontale de la place des spectateurs, K^1 la projection horizontale ou le site de l'œil, V^1 la projection horizontale ou le site du centre de contraction. Prolongez les lignes *ab, dc, ie, gz, ml, oh* de la figure 60; fixez sur le prolongement de *ab* une grandeur *a*A égale à l'ouverture des deux premiers châssis; des points A, *a* menez des lignes au point V^1, qui, par leurs sections avec les prolongements des lignes *dc*, *ie*, *rz*, *ql*, donneront les grandeurs C*c*, E*e*, M*m*, N*n* pour les ouvertures des autres châssis; la ligne K^1V^1, par ses intersections avec les prolongements *dc*, *ie*, etc.... de la figure 60, donnera les points $f, f^1, f^2, f^3, f^4, f^5$, qui sont les sites ou projections horizontales des points de fuite ou points de vue des différentes paires de châssis.

Il faut ensuite déterminer la largeur de chacun des châssis.

Portez sur $H'L'$ une grandeur 2-3 égale à l'ouverture de l'avant-scene; menez le rayon I'-3, qui, par son intersection avec le prolongement de la ligne *ba*, donnera *a*-4 pour la partie visible du premier châssis; menez $I'a$, qui, par sa section avec le prolongement de *dc*, donnera *cr* pour la partie visible du second châssis. Du point *r* menez rV', qui, par ses intersections avec les prolongements des lignes *ie*, *gz*, *ml*, *oh*, donnera les parties visibles *eq*, *mp*, *no*, etc.... des châssis successifs; portez *cr* sur la ligne *r*R de C en R; menez RV', qui déterminera la partie visible des autres châssis. Si, pour déterminer la partie visible de chaque châssis, on menoit un rayon du point K', il en résulteroit que tous les spectateurs qui ne seroient pas au point K' verroient le fond du théâtre à travers l'intervalle *ac*, qui existe entre chaque châssis; au lieu qu'en menant des rayons des points I' et T', les spectateurs, placés dans l'espace I'-$6T'$, ne pourront pas voir le fond du théâtre à travers l'intervalle qui existe entre chaque châssis.

Il faut maintenant préparer chaque paire de châssis.

Fig. 62. Menez une ligne quelconque *xy*; portez sur cette ligne la grandeur A*a* de la figure 61 de A en *a* (figure 62); portez les largeurs 1A, 4*a* de la figure 61 de A en 1, de *a* en 4 (fig. 62); divisez la ligne A*a* de la même figure en deux parties égales au point F, ce point sera le point de fuite de toutes les lignes perpendiculaires à chaque paire de châssis, ou ce qu'on appelle ordinairement point de vue; par les points 1, A, F, *a*, 4 de la figure 62 élevez des perpendiculaires indéfinies à la ligne *xy*; prenez la grandeur F*a* de la figure 60, portez-la (fig. 62) de 1 en H, de A en B, de *a* en I, de 4 en M; prenez la ligne F*b* (fig. 60), portez-la (fig. 62) de 1 en *z*, de A en G, de *a* en *g*, de 4 en *u*; joignez les points H, B, I, M, *z*, G, *g*, *u* par

les lignes HB, IM, *zG*, *gu*, vous aurez terminé la partie visible de la premiere paire de châssis et la place de son point de fuite ou de vue; prenez (fig. 60) la longueur DF, portez-la (fig. 62) de F en D sur la ligne *xy*, cette ligne FD sera la distance de l'œil à la premiere paire de châssis; *zu* étant parallele à la ligne de fuite *xy*, est la base du tableau; F est le point de fuite des lignes perpendiculaires; FD la distance de l'œil; ainsi tout ce qui est nécessaire pour construire la perspective est déterminé. Toute l'opération maintenant est la même que celle employée pour le tableau vertical, en regardant chacun des châssis HBG*z*, IM*ug* comme un tableau dont le point de fuite ou de vue est F, et la distance DF.

Pour préparer la seconde paire de châssis prenez (fig. 61) la ligne C*c*, portez-la (fig. 63) de C en *c* sur la ligne de fuite *xy;* prenez (fig 61) les largeurs *cr* et RC, portez-les (fig. 63) de *c* en *r* et de C en R; divisez la ligne C*c* de la même figure en deux parties égales au point F', qui sera le point de fuite ou de vue de la seconde paire de châssis. Aux points R, C, F', *c*, *r* élevez à *xy* des perpendiculaires indéfiniment prolongées de part et d'autre; prenez la ligne F'*c* (figure 60), portez-la (fig. 63) de R en S, de C en P, de *c* en Q, de *r* en M; prenez (fig. 60) la ligne F'*u*, portez-la (fig 63) de R en L, de C en E, de *c* en H, de *r* en I; joignez les points S, P, Q, M; I, H, E, L; par les lignes SP, QM, IH, EL, vous aurez terminé la partie visible de la seconde paire de châssis. Prenez (fig. 60 ou 61) la ligne DF' ou K*f*', portez-la (fig. 63) de F' en D' sur la ligne *xy*, cette ligne D'F' sera la distance de l'œil à la seconde paire de châssis. La ligne IL, parallele à la ligne de fuite *xy*, est la base; le point F étant le point de fuite des lignes perpendiculaires, la ligne D'F' sa distance, tout ce qui est nécessaire pour construire la perspective sur cette seconde paire de châs-

sis se trouve déterminé; l'opération est alors la même que celle que j'ai donnée au premier volume, en considérant chaque châssis comme un tableau dont le point de vue est F', et la distance D'F'.

On peut observer que la distance CE, qui existe entre la base et la ligne de fuite de la seconde paire de châssis, est plus courte que la distance AG qui existe entre la base et la ligne de fuite de la premiere paire; ce qui est dû à l'inclinaison du plancher LV (fig. 60).

Pour préparer la troisieme paire de châssis prenez la ligne E*e* (fig. 61), portez-la (fig. 64) de E en *e*; prenez les largeurs des châssis EQ, *eq* (fig. 61), portez-les sur la ligne de fuite *xy* de E en Q, de *e* en *q* (fig. 64); divisez la ligne E*e* de la même figure en deux parties égales au point F², qui sera le point de fuite des lignes perpendiculaires à la surface des châssis; aux points Q, E, F², *e*, *q* élevez à la ligne de fuite *xy* des perpendiculaires prolongées indéfiniment de part et d'autre; prenez la ligne F²*e* (fig. 60), portez-la (fig. 64) de Q en A, de E en B, de *e* en C, de *q* en R; prenez (fig. 60) la ligne F²*s*, portez-la (fig. 64) de Q en M, de E en N, de *e* en *o*, de *q* en P; joignez les points A, B, C, R, *p*, *o*, N, M par les lignes AB, CR, *po*, NM, vous aurez terminé la partie visible de la troisieme paire de châssis. Prenez (fig. 60 ou 61) la ligne DF² ou K*f*², portez-la (fig. 64) de F² en D², la ligne F²D² sera la distance de l'œil à la troisieme paire de châssis. La ligne M*p* est alors la base du tableau; la ligne *xy* la ligne de fuite; F² le point de fuite des lignes perpendiculaires au plan des châssis, et D²F² la distance de l'œil.

Préparez de même les autres paires de châssis, en observant (figure 61) que l'intervalle A*a*, C*c*, E*e*, etc...., compris entre chaque paire de châssis, diminue toujours en raison de son

enfoncement, que la distance entre la base et la ligne de fuite de chaque paire de châssis diminue aussi en raison de son enfoncement, que la hauteur de chaque paire de châssis diminue aussi en raison de son éloignement de l'œil, et que la distance de l'œil à chaque paire de châssis augmente en raison de son enfoncement dans le théâtre. Tous les châssis, ainsi préparés et mis à leur place, formeront la figure 68, qui représente un parallélépipede rectangle, et conséquemment chaque châssis paroît égal à celui qui le précede.

Fig. 68. On peut observer que tous les châssis paroissent de même grandeur; si l'on suppose au premier châssis AB 30 pieds de hauteur, en divisant le second châssis en trente parties égales, elles représenteront des pieds diminués en raison de son enfoncement ou de son éloignement de l'œil. Même raisonnement pour les autres châssis. Ayant montré le moyen de préparer chaque paire de châssis, je vais donner la maniere de tracer une décoration sur deux paires de châssis et deux toiles de fond.

Fig. 69. Soit GBLH la projection verticale du théâtre, O*t*, M*l* les projections verticales ou le plan vertical des deux paires de châssis, Q*u*, R*g* les projections verticales des deux toiles de fond, V*tb* l'inclinaison du plancher, et conséquemment *t*V la projection verticale du plancher, DK la hauteur de l'œil, V le point de contraction, ft, f^1l, f^2u, f^3g les différentes hauteurs de la base à la ligne de fuite de chaque paire de châssis.

Fig. 70. Soit GHL'B' le plan horizontal ou la projection horizontale du théâtre, *ie*, *h*-3, *as*, *mn* la projection horizontale de deux paires de châssis, en y comprenant les parties qui ne sont pas visibles, *o*-4, *r*-5 les projections horizontales

des deux toiles de fond, K' et V' celles de l'œil et du point de contraction, F, F', F², F³ celles des points de fuite des lignes perpendiculaires à chaque paire de châssis.

Divisez la ligne *se* (figure 70) en parties égales chacune à 1 pied; menez de chacun de ces points de divisions des lignes au point V', ces lignes, par leurs intersections avec *n*-3, *o*-4, *r*-5, donneront les pieds diminués en raison de l'enfoncement de chacune de ces lignes, c'est-à-dire en raison de l'éloignement de l'œil à chaque paire de châssis; divisez de même la ligne *t*O (fig. 69) en parties égales chacune à 1 pied; de ces points de divisions menez des lignes au point V, qui couperont les hauteurs M*l*, Q*u*, R*g* de chaque châssis en pieds perspectifs diminués en raison de l'enfoncement de chacun des châssis dans le théâtre.

Fig. 71. Commencez par préparer le premier châssis comme à la figure 62, c'est-à-dire menez une ligne quelconque *xy;* prenez la ligne *ai* (figure 70), portez-la (figure 71) de A en I; prenez (fig. 70) les largeurs *as*, *ie*, portez-les (fig. 71) de A en S, de I en *e;* divisez AI en deux parties égales au point F; aux points S, A, I, *e* élevez à *xy* des perpendiculaires prolongées indéfiniment de part et d'autre; prenez *f*O (figure 69), portez-la (fig. 71) de A en P, de S en O, de I en Q, de *e* en R; prenez *ft* (fig. 69), portez-la (fig. 71) de S en *u*, de A en M, de I en N, de *e* en *z;* joignez les points O, P, Q, R, *z*, N, M, *u* par les lignes OP, QR, *z*N, M*u;* prenez (fig. 69 ou 70) la ligne D*f* ou K'F, portez-la (fig. 71) de F en D sur la ligne de fuite *xy*, la premiere paire de châssis sera préparée, et vous aurez *zu* pour la base, *xy* pour la ligne de fuite, F pour le point de fuite des lignes perpendiculaires aux châssis, et DF pour la distance de l'œil.

Pour représenter les fenêtres et les portes de la premiere paire de châssis prenez sur la ligne *es* (fig. 70) une grandeur egale à 2 pieds, portez-la (fig. 71) de *u* en 7, la ligne 7D, par son intersection avec *u*F, donnera *u*-1 perspectivement égale à 2 pieds. Si on veut donner à chaque fenêtre 4 pieds d'ouverture, prenez sur *es* (fig. 70) une grandeur égale à 4 pieds, portez-la (fig. 71) de 7 en M; menez MD, qui, par sa section avec *u*F, donnera 1-2 perspectivement égale à 4 pieds, et *u*-2 perspectivement égale à 6 pieds; portez la grandeur 7M de M en 8, de 8 en 9; par les points 8 et 9 menez des lignes au point D, ces lignes 8D, 9D, par leurs intersections avec *u*F, donneront 2-3 et 3-4 perspectivement égales chacune à 4 pieds; aux points 1, 2, 3, 4 élevez des perpendiculaires à la ligne de fuite *xy*, qui seront les perspectives indéfinies des montants des portes et des fenêtres. Si l'on veut donner 8 pieds de hauteur aux portes, prenez sur *t*O (fig. 69) une grandeur égale à 8 pieds, portez-la (fig. 71) de *u* en *r;* de ce point menez *r*F, qui, par ses intersections 6, 5, *a*, *b* avec les perpendiculaires élevées sur les points 1, 2, 3, 4, terminent la face des portes; des points 5 et *b* menez des paralleles à *xy*, qui termineront les épaisseurs.

Pour obtenir la perspective des fenêtres il faut d'abord fixer l'épaisseur du plancher; je la suppose égale à 3 pieds. Prenez donc sur *t*O (fig. 69) une grandeur égale à 3 pieds, portez-la (fig. 71) de *r* en *d;* menez *d*F, qui, par ses intersections *l*, *m*, *p*, *q* avec les perpendiculaires élevées sur les points 1, 2, 3, 4, donne les lignes *lm*, *pq* perspectives du bas des premieres fenêtres; si on leur suppose, comme dans cette figure, 8 pieds de hauteur, prenez sur *t*O (fig. 69) une grandeur égale à 8 pieds, portez-la (fig. 71) de *d* en *g;* de ce point menez *g*F, qui, par ses intersections *n*, *o*, *t*, *v* avec les per-

pendiculaires élevées sur les points 1, 2, 3, 4, terminera la perspective de la face des fenêtres; menez des points *o* et *v* des paralleles à la ligne de fuite *xy*, ces paralleles termineront la perspective des épaisseurs. Même construction pour les autres fenêtres. Pour l'épaisseur du second plafond prolongez *u*O; prenez sur *t*O (fig. 69) une grandeur égale à 2 pieds, portez-la (fig. 71) de *i* en B; menez BF, qui, par son intersection *e* avec MP, terminera la perspective du bâtiment construit sur le châssis *u*MOP: il se trouve alors sur ce châssis une partie *ce*P, sur laquelle il n'y a rien de tracé; dans ce cas on la supprime, et le châssis se trouve coupé suivant la ligne *ec;* si la partie O*e*B est visible, alors on l'ajoute.

DÉMONSTRATION.

Les lignes T*n*, 2*o*, 3*t*, 4*v* restent perpendiculaires à la base *zu* ou à la ligne de fuite *xy*, puisqu'elles représentent des perpendiculaires au plan objectif (coroll. 5ᵉ, défin. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); les lignes *nl*, *om*, *tp*, *vq*, 6-1, 5-2, *a*-3, *b*-4 représentent des lignes égales, puisqu'elles sont des paralleles perspectives comprises entre les paralleles perspectives *u*F, *r*F, *d*F, *g*F, etc....; les lignes *o*K, *vw*, etc.... restent paralleles à la base *zu* du tableau (coroll. 4ᵉ, définition 11ᵉ, t. 1ᵉʳ).

Très souvent les décorateurs prolongent les lignes 6-1, 5-2, *a*-3, *b*-4 jusqu'à ce qu'elles rencontrent la base du châssis aux points T, S, V, M; cette maniere de construire est une grande faute de perspective, parceque la base du bâtiment étant parallele à la ligne qui termine le toit, ces deux lignes doivent concourir; ainsi dans cette figure la vraie base du bâtiment est *u*F, qui concourt avec *ec*F au même point; au lieu qu'en regardant la ligne *u*M comme la base perspective du bâtiment, les deux lignes *u*M, *ec* ne concourent point au même

point F, ce qui est contre les principes. Il résulte que le châssis tracé en regardant la ligne *u*M comme la base perspective du bâtiment paroît gauche, ce qui doit effectivement avoir lieu puisque toutes les lignes d'épaisseurs qui se trouvent au-dessus de la ligne de fuite concourant au point F, celles qui sont au-dessous de cette même ligne ne concourant point, la partie des châssis qui se trouve au-dessus de cette ligne de fuite paroît fuir, et la partie qui est au-dessous ne fuit point, au contraire reste parallele.

Lorsque l'œil se trouve au milieu du théâtre, et que l'objet à représenter est symmétrique, la perspective est aussi symmétrique; ainsi la perspective du châssis de droite est la même que celle du châssis de gauche. Transportez donc dans cette figure la perspective tracée au châssis OP*u*M sur le châssis *z*NQR, la premiere paire de châssis se trouvera tracée.

Les décorateurs emploient la méthode suivante lorsque l'œil est au milieu du théâtre et que la décoration est symmétrique; ils tracent sur une surface composée de plusieurs feuilles de papier collées la moitié de la décoration contenue sur la suite de châssis d'un côté; ils font ensuite piquer ce trait, qu'ils apliquent sur la suite de châssis; avec un tampon de mousseline ou de toile claire plein de charbon pilé ils tamponent le trait piqué, le charbon passe à travers les petits trous, et la décoration faite sur le papier se trouve tracée sur la suite de châssis d'un côté; ils retournent le papier, l'appliquent sur l'autre suite de châssis, tamponent de même, et la décoration se trouve tracée sur l'autre suite de châssis.

Fig. 72. Pour tracer la seconde paire de châssis prenez la ligne *mh* (fig. 70), portez-la (fig. 72) de M en H; prenez (fig. 70) les ligne *mn*, *h*-3, portez-les (fig. 72) de M en N, de H en S;

divisez MH en deux parties égales au point F', qui sera le point de fuite des lignes perpendiculaires au plan des châssis; aux points N, M, H, S élevez à la ligne de fuite *xy* des perpendiculaires indéfiniment prolongées de part et d'autre; prenez (fig. 69) la ligne *f*'M, portez-la (fig. 72) de N en K, de M en B, de H en E, de S en *t*; prenez la ligne *f*'*l* (fig. 69), portez-la (fig. 72) de N en *u*, de M en C, de H en *v*, de S en P; joignez les points K, B, E, Q, P, *v*, C, *u* par les lignes KB, EQ, P*v*, C*u*, vous aurez construit la seconde paire de châssis. Prenez (fig. 69 ou 70) la ligne D*f*' ou K'F', transportez-la (fig. 72) de F' en D', cette ligne sera la distance du point de fuite F'; portez sur les bases *u*C et P*v* des deux châssis une grandeur CI, et *v*R égale à la partie visible; du point I menez une ligne au point F', et construisez la perspective des portes et croisées comme pour la premiere paire de châssis, en prenant toutefois les pieds horizontaux sur la ligne *n*-3 (fig. 70), et les pieds verticaux sur la ligne *l*M (fig. 69).

Construisez la perspective ABR (fig. 73) comme celle d'un tableau ordinaire, en prenant les pieds sur la ligne *o*-4 et la ligne K'F² pour la distance de l'œil (fig. 70); à travers la porte on doit voir la seconde toile de fond, par conséquent la premiere, sur laquelle est tracée la porte, doit être percée suivant le second cintre, et les montants ou pieds droits qui terminent l'épaisseur.

Fig. 74. Pour tracer la seconde toile de fond il faut la regarder comme un tableau dont la hauteur de la ligne de fuite est *f*³*g* (fig. 69), et la distance de l'œil D*f*³ (fig. 69); ensuite il faut prendre pour grandeur des pieds perspectifs horizontaux les divisions de la ligne *r*-5 (fig. 70), et pour grandeur des pieds verticaux les divisions de la ligne R*g* (fig. 69).

Pour déterminer la partie visible de la seconde toile de fond prenez sur la ligne *o*-4 (fig. 70) une grandeur 7-8 égale à 16 pieds, ouverture de la porte; menez K'-7, K'-8 prolongées, ces lignes, par leurs intersections avec *r*-5, donneront 1-2 pour la partie visible de la largeur, qui sera égale à 20 pieds diminués en raison de l'éloignement de la seconde toile de fond. Pour avoir la partie visible de la hauteur portez sur *u*Q (fig. 69) une grandeur *ue* égale à la hauteur; menez D*e* prolongée, qui, par son intersection R avec la projection verticale *g*R de la seconde toile de fond, donnera *g*R pour la partie visible de sa hauteur.

Fig. 75. Cette figure représente les deux paires de châssis, et les deux toiles de fond chacune à la place qu'elle doit occuper.

Fig. 82. Si le théâtre étoit construit, c'est-à-dire si les châssis étoient fixés, on pourroit trouver de la maniere qui suit les pieds diminués en raison de l'enfoncement de chaque châssis.

Divisez la ligne EC, qui joint une paire de châssis en parties égales aux pieds géométraux; divisez la ligne HK, qui joint la derniere paire de châssis en autant de parties égales que la ligne EC; joignez les points de divisions de cette ligne à ceux de la ligne HK, les lignes 1-4, 2-5, 3-7, 8-9, etc.... diviseront les lignes *ab, ce, hl, mn*, qui joignent les autres paires de châssis en parties égales, et qui seront la grandeur des pieds sur le plan de chaque paire de châssis, lesquels pieds seront diminués en raison de l'éloignement de l'œil à chaque paire de châssis.

DÉMONSTRATION.

Cette construction sera démontrée si je prouve que les lignes

1-4, 2-5, 3-7, etc.... tendent au point V, le centre de contraction; les lignes KH, CE étant divisées en un même nombre de parties égales, les deux côtés GL, AB des triangles VGL, VAB, sont divisés proportionnellement; conséquemment les lignes 1-4, 2-5, 3-7 tendent au centre de contraction; ainsi les divisions de toutes les lignes qui joignent chaque paire de châssis sont les grandeurs des pieds en raison de l'enfoncement de chaque châssis.

On peut encore obtenir les pieds diminués en divisant d'abord en pieds géométraux la ligne qui joint la premiere paire de châssis, en divisant en un même nombre de parties égales entre elles les lignes qui joignent les autres paires.

Si les châssis ne sont pas rangés symmétriquement, et qu'ils ne servent pas à représenter une suite de bâtiments de même hauteur, la grandeur des pieds dépend alors de l'usage de ces bâtiments dans la scene que l'on veut représenter, c'est-à-dire que si les acteurs par l'effet de la scene doivent entrer dans les bâtiments, il faut que les pieds soient tels que les portes et fenêtres, etc.... qui auront été construites puissent laisser passer les acteurs.

La perspective sur les bandes de plafond se construit absolument comme celle des châssis.

DES CHASSIS OBLIQUES.

On appelle *châssis oblique* celui qui n'est pas parallele à la toile de fond.

Premiere méthode pour préparer les châssis lorsqu'ils sont très obliques.

Fig. 76. Soit V la projection horizontale du centre de

contraction, K la projection horizontale de l'œil, *c*V, BV, AV, *n*V les directions des châssis, *nm*, *po*, *rq*, *ts*, *uv* les bases des châssis d'un côté, *cn* la base du rideau ou toile d'avant-scene.

La ligne KV, par ses intersections avec les bases des châssis prolongées, donnera les points f, f^1, f^2, f^3, f^4, qui sont les projections des points de fuite des lignes qui doivent paroître perpendiculaires au plan des châssis. Du point K menez KF^4, qui, par ses intersections avec les bases prolongées des châssis, donnera les points F, F^1, F^2, F^3, F^4; au point F élevez à *f*F une perpendiculaire FP égale à la hauteur de l'œil.

Fig. 77. Pour préparer le premier châssis menez une ligne quelconque *xy;* portez sur cette ligne une grandeur MN égale à la largeur *mn* du châssis (fig. 76); prenez sur la même figure la ligne FP, portez-la (fig. 77) de M en O, de N en P; portez de O en Q et de P en R la hauteur du châssis; joignez les points O, P, Q, R par les lignes OP, QR; prenez (fig. 76) la distance *mf*, portez-la (fig. 77) de M en F; faites la ligne NF^1 (fig. 77) égale à *n*F (fig. 76); faites (fig. 77) FD, FD^1 égales aux lignes KF, K*f* (fig. 76), alors le châssis oblique sera préparé, et la ligne *zu* sera la base prolongée, la ligne *xy* la ligne de fuite, F^1 le point de fuite des lignes qui doivent paroître paralleles à la base *zu*, DF^1 la distance de ce point de fuite, F le point de fuite des lignes perpendiculaires à la toile d'avant-scene, et FD^1 sa distance.

DÉMONSTRATION.

La démonstration de cette opération est la même que celle des figures 34 et 36.

Seconde méthode pour préparer les châssis obliques.

Fig. 78. Soit ABE la projection horizontale du théâtre, *ab*, *cd*, *eh* les projections horizontales des châssis obliques, K la projection horizontale de l'œil, et SR la projection de la toile de fond, V^1 le site du centre de contraction.

La ligne KV^1, par ses intersections avec les prolongements des lignes *ab*, *cd*, *eh*, détermine les points F, F^1, F^2, F^3, projections des points de fuite des perspectives des lignes perpendiculaires à la toile d'avant-scene; les distances de chacun de ces points de fuite sont les lignes KF, KF^1, KF^2, KF^3.

Fig. 79. Soit EAN*b* la projection verticale du théâtre, D la projection verticale de l'œil, DK^1 sa hauteur, V*b*N l'angle d'inclinaison du plancher, et conséquemment la projection verticale du plancher.

La ligne DV, perpendiculaire à la projection verticale E-2 de la toile d'avant-scene, par son intersection avec le plancher, donne le centre de contraction V.

Les châssis étant obliques, doivent avoir chacun deux lignes pour projection verticale; ainsi le châssis, dont la projection horizontale (fig. 78) est *ab*, doit avoir deux lignes pour projection verticale. Des points *a* et *b* (fig. 78) menez à la ligne DV (fig. 79) les perpendiculaires *ab*, a^1b^1, qui seront la projection verticale de la premiere paire de châssis; les lignes 2-1, 4-3 sont la projection verticale de la seconde paire de châssis; les lignes *cr*, c^1r^1 la projection verticale de la troisieme paire, et la ligne S*v* la projection verticale de la toile de fond: cette toile de fond n'étant pas oblique, n'a qu'une ligne pour projection verticale. Les lignes *a*V, *b*V, qui vont au centre de contraction, par leurs intersections avec les projections verticales

des châssis, leur donnent la grandeur qu'ils doivent avoir en raison de leur enfoncement dans le théâtre.

Les châssis étant obliques, doivent cependant paroître paralleles, c'est-à-dire que les deux montants de chaque châssis doivent paroître égaux; ainsi le châssis dont la projection horizontale est *ab* (fig. 78) doit paroître comme si sa projection horizontale étoit *ar*. Quoique ce châssis soit oblique, pour que ce châssis paroisse parallele, il faut que le bord du châssis élevé perpendiculairement au-dessus du point *b* diminue d'une quantité telle qu'il paroisse élevé au-dessus du point *r*. Pour obtenir cette diminution des points a', b' (fig. 79), qui fixent la grandeur de la projection verticale du bord élevé au-dessus du point *a* (fig. 78), menez à l'œil D (fig. 79) les deux rayons a'D, b'D, qui, par leurs intersections avec la projection verticale *ab* de l'autre bord du châssis, donne *l*-4 pour la grandeur du bord élevé perpendiculairement au-dessus du point *b* (fig. 78). Par la même raison les lignes *m*-5, *n*-6 sont les grandeurs que doivent avoir les bords des autres châssis pour qu'ils paroissent paralleles, c'est-à-dire pour que les bords ou arêtes élevés en *d* et en *h* paroissent élevés en *p* et en *q*.

Fig. 80. Menez une ligne quelconque *xy*; prenez (fig. 78) la ligne *ab*, largeur du premier châssis, portez-la (fig. 80) sur la ligne *xy* de A en B; prenez (fig. 79) la ligne Ca', portez-la (fig. 80) de A en D; prenez la grandeur Cb' (fig. 79), portez-la (fig. 80) de A en H; prenez la ligne M*l* (fig. 79), portez-la (fig. 80) de B en C; prenez M-4 (fig. 79), portez-la (fig. 80) de B en E; joignez les points C, D, E, H par les lignes CD, EH, le châssis DCEH sera construit, et étant passé verticalement sur la base *ab* (fig. 78), ses deux côtés paroîtront égaux. Prenez (fig. 78) la ligne *b*F, portez-la (fig. 80) de B en F, ce point F sera le

point de fuite des lignes qui doivent paroître perpendiculaires à la toile d'avant-scene, c'est-à-dire que le point F (fig. 80) sera le point de fuite des lignes qui terminent les épaisseurs; prenez (fig. 78) la ligne KF, portez-la (fig. 80) de F en D', la ligne FD' sera la distance du point de fuite F.

Si l'on divise la ligne *a'b'* (fig. 79) en parties égales chacune à 1 pied, et que de ces points de divisions on mene des lignes au point D, projection verticale de l'œil, ces lignes diviseront la ligne *l*-4 en parties égales entre elles, et qui représenteront les pieds diminués, en sorte que les divisions de la ligne *a'b'* (fig. 79) étant portées sur la ligne DH (fig. 80), et les divisions de la ligne 4*l* (fig. 79) sur la ligne EC (fig. 80), les divisions des lignes DH et CE paroîtront égales entre elles.

DÉMONSTRATION.

Fig. 79. Les lignes *a'*D, *b'*D concourant au même point D, sont des paralleles perspectives; les lignes *a'b'*, 4*l* sont aussi des paralleles perspectives; conséquemment les lignes *a'b'*, 4*l* sont des paralleles perspectives comprises entre paralleles perspectives, et doivent par conséquent représenter des lignes égales; ainsi le châssis oblique qui aura ces deux lignes pour côtés doit paroître parallele.

COROLLAIRE.

Dans la figure 78 les châssis sont obliqués suivant la direction des lignes paralleles *ab*, *cd*, *eh;* ces châssis pourroient être obliqués suivant la direction inverse; alors l'opération seroit la même que la précédente, il n'y auroit que les distances des points de fuite qui varieroient.

Étant donné un châssis oblique tout préparé, mener des lignes qui tendent au point de fuite F *des lignes qui doivent paroître géométralement paralleles.*

PRATIQUE.

Fig. 81. Soit *xy* la ligne de fuite ou d'horizon, F le point de fuite des lignes qui doivent paroître géométralement paralleles, et AB*nm* le châssis oblique préparé.

Joignez le point A et le point *n* par la droite A*n*. Je suppose que des points 1, 2, 3 on veuille mener des lignes qui tendent au point F; portez les divisions A-1, A-2, A-3 sur la ligne A*n* de A en 4, de A en 5, de A en 6; par les points 4, 5, 6 menez des lignes paralleles à AB, ces lignes couperont la ligne B*n* en des points 7, 8, 9; joignez les points 1, 2, 3 et les points 7, 8, 9 par les lignes 1-7, 2-8, 3-9, ces lignes tendront au point de fuite F.

DÉMONSTRATION.

La démonstration de ce problême est la même que celles des figures 11 et 12. Si dans les différentes décorations on se trouve obligé de tracer sur des surfaces inclinées, on se servira alors des méthodes que j'ai données dans la seconde partie de ce volume.

FIN DE LA QUATRIEME PARTIE.

CINQUIEME PARTIE.

MOYENS DE TRACER LES ANAMORPHOSES SUR UN OU PLUSIEURS PLANS FAISANT ENTRE EUX DES ANGLES DROITS.

On appelle *anamorphose* la perspective ou représentation d'un objet qui paroît difforme lorsqu'elle est regardée de tout autre point que de celui où l'on a supposé l'œil dans la construction.

CHAPITRE PREMIER,

Contenant la maniere de tracer les anamorphoses sur un seul plan.

Avant de construire l'*anomorphose* il faut avoir un dessin correct de l'objet qu'on veut déformer.

PRATIQUE.

Fig. 83. Cette figure représente l'opération perspective mise elle-même en perspective.

Soit *zl*OG le plan qui doit contenir l'objet correct, VRT le tableau ou le plan qui doit contenir l'objet déformé, D l'œil, DF sa distance, et *zl* la base du tableau ou l'intersection du plan qui contient l'objet correct avec le plan qui doit contenir l'objet déformé.

Il faut d'abord chercher sur le plan VRT l'apparence du plan *zl*OG, qui contient l'objet correct, l'œil étant supposé en D: par ce point D faites passer parallèlement à *zl*OG un plan, qui, par son intersection *xy* avec le tableau VTR, donnera cette ligne *xy* pour la ligne de fuite du plan *zl*OG; de l'œil D menez parallèlement à *z*G une ligne qui, par son intersection avec *xy*, donnera le point de fuite F de la perspective de la ligne *z*G et de ses paralleles; la ligne DF est la distance de ce point de fuite: cette distance, ramenée perspectivement sur la ligne *xy*, est D'F. Des points *z* et *l* menez des lignes au point F; du point *l* menez au point D' la ligne *l*D', qui, par son intersection avec *z*F, donnera *zh* perspectivement égale à *z*H; du point *h* menez *hs*, perspectivement parallele à *zl*, cette ligne *hs*, par son intersection *s* avec *ls*, terminera la figure *zlhs* perspective de *zl*SH. La figure *zlhs* est celle qui doit contenir la déformation de la figure correcte contenue dans *zl*SH.

Pour trouver la déformation de chacune des parties de l'objet correct contenu dans *zl*SH divisez cette surface en carreaux par les lignes BI, CL, EM, QN, etc...., et par les lignes *pq*, *eo*, *cn*, etc.... cherchez ensuite la perspective de ces carreaux; elle s'obtient en menant des points *q*, *o*, *n*, *m* des lignes au point F, et par les points où ces lignes sont coupées par la diagonale perspective *l*D', menant des paralleles à *zl*, vous obtiendrez la perspective des carreaux qui divise l'objet correct; transportez ensuite chacune des parties de la figure correcte dans chaque carreau perspectif et à une place semblable à celui qu'elle occupe dans les carreaux originaux, vous obtiendrez la figure difforme, qui, vue du point D, paroîtra conforme à la figure originale, et parfaitement difforme lorsqu'elle sera vue de tout autre point.

On obtiendra la déformation d'autant plus exacte qu'on aura divisé la figure originale en un plus grand nombre de carreaux.

DÉMONSTRATION.

La ligne xy étant l'intersection avec le tableau d'un plan qui passe par l'œil parallèlement au plan objectif *zl*SH, est la ligne de fuite de la perspective du plan *zl*SH (définit. 8ᵉ, t. 1ᵉʳ); la ligne DF étant parallele aux lignes zH, *qp*, *eo*, etc..., par son intersection avec la ligne de fuite xy, détermine le point de fuite F de ces mêmes lignes (définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); DF est la distance de ce point de fuite (définit. 12ᵉ, t. 1ᵉʳ). La démonstration de la construction est absolument la même que celle que j'ai donnée au premier volume pour la perspective des carreaux; on observera seulement que la figure *zhsl* étant la perspective du plan correct S*lz*H pour l'œil placé en D; cet œil verra la figure *zhsl* parfaitement égale à la figure *zl*SH.

Si l'objet à déformer est composé de lignes droites ou de lignes courbes dont la forme soit connue, alors on opérera comme dans toutes les constructions perspectives que j'ai déja données, en cherchant perspectivement la place que, dans la déformation, doivent occuper chaque point et chaque ligne de la figure originale, la méthode des carreaux ne donnant qu'une perspective approximative.

Il faut maintenant examiner comment ces figures peuvent être faites plus ou moins difformes.

Fig. 83. Supposez que l'œil D se rapproche du point F, alors le point Dᵗ se rapprochera aussi du point F, la diagonale perspective *l*Dᵗ, qui coupe la ligne *z*F au point *h*, coupera la ligne *z*F en un point au-dessus du point *h*; la figure *zh*S*l* sera donc plus longue: supposez que l'œil se rapproche encore du

point F, la figure *zhSl* s'alongera encore; d'où l'on voit que la perspective de la figure originale est d'autant plus longue que l'œil se rapproche davantage du point F, conséquemment la figure perspective paroîtra plus difforme.

La figure perspective devient encore plus longue à chaque fois qu'on éleve l'œil du spectateur, parceque dans ce cas la diagonale *l*D' devient moins oblique par rapport à la ligne *z*F, et conséquemment la coupe en un point beaucoup plus élevé; ce qui démontre que la figure perspective est d'autant plus difforme que la ligne de fuite *xy* est plus élevée, et l'œil plus près de cette ligne de fuite.

Fig. 84. En examinant cette figure on verra que la ligne de fuite *xy* étant beaucoup plus élevée que dans la figure 83, l'œil étant aussi beaucoup plus près de la ligne de fuite que dans cette même figure 83, la perspective *zust* se trouve beaucoup plus alongée.

Fig. 85 *et* 86. Les anamorphoses peuvent être faites sur toutes especes de plans, comme, par exemple, sur un plan horisontal ou sur le mur latéral d'une galerie; la construction sera toujours la même, pourvu que ces plans ne soient ni obliques ni inclinés. Si l'on veut construire les anamorphoses sur des plans obliques, alors on emploiera les méthodes que j'ai données pour tracer sur les plans obliques dans la premiere partie de ce volume: on aura toujours soin, pour que l'anamorphose soit très difforme, d'éloigner beaucoup la ligne de fuite de la base du tableau, et de rapprocher beaucoup l'œil de la ligne de fuite.

Si l'on veut tracer des anamorphoses sur des plans inclinés, on emploiera les méthodes que j'ai données dans la seconde

partie de ce volume, en observant toujours d'éloigner beaucoup la ligne de fuite de la base du tableau, et de rapprocher beaucoup l'œil de la ligne de fuite lorsqu'on voudra que l'anamorphose paroisse très difforme.

Ces anamorphoses peuvent servir à faire paroître dans une galerie un plus grand nombre de statues que la galerie n'en peut effectivement contenir. On commencera par augmenter en apparence les dimensions de la galerie en employant les méthodes que j'ai données dans la troisieme partie de ce volume; on construira ensuite la perspective des figure ou statues qu'on veut représenter.

Fig. 87. Cette figure représente le dessin correct que l'on veut déformer enfermé dans une suite de carreaux géométraux.

Fig. 88. Cette figure représente l'anamorphose du dessin correct inscrite dans les carreaux perspectifs qui représentent les carreaux originaux du dessin correct; la ligne xy est la ligne de fuite, F le point de fuite de la ligne BC et de toutes ses paralleles (fig 87); le point D est l'œil rabattu sur la ligne de fuite xy, et conséquemment le point de fuite de la diagonale bD, qui, par ses intersections avec les lignes qui vont au point F, détermine des points par lesquels des paralleles à la ligne ab représenteront les perspectives de la ligne AB et de toutes ses paralleles (fig. 87).

Dans la figure 88 l'anamorphose se trouve alongée dans le sens de la largeur de la tête; si on veut au contraire l'alonger dans le sens de la longueur, on placera l'anamorphose dans le sens de la figure 89, dans laquelle le point F est alors le point de fuite de la ligne AB et de toutes ses paralleles (fig. 87).

Je répéterai encore que la méthode des carreaux ne doit être employée que dans le cas où la figure à déformer représente une figure qui peut être supposée animée; dans le cas où au contraire la figure à déformer représente des meubles, bâtiments, ou objets quelconques terminés par des lignes droites ou lignes courbes connues, il faut employer les méthodes que j'ai données pour toutes les opérations de perspective.

Il faut aussi avoir soin de faire l'épaisseur du trait en raison de l'alongement de l'anamorphose.

CHAPITRE II,

Contenant le moyen de tracer les anamorphoses sur plusieurs plans qui forment entre eux des angles droits.

PRATIQUE.

Fig. 83. Soient VTS et VTR les deux plans sur lesquels on veut tracer l'anamorphose, soit D l'œil, et DF sa distance au plan VTR.

Menez par l'œil D parallèlement à VTS un plan Dxy, qui, par sa section avec VTR, donnera la ligne de fuite xy de la perspective du plan VTS; de l'œil D menez parallèlement aux lignes zH, pq, etc.... Sl, une ligne DF, qui, par son intersection avec xy, donnera le point de fuite F de la perspective de toutes les lignes zH, pq, etc.... Sl; des points z, q, etc.... u, où les lignes zH, pq, etc.... Sl, rencontrent l'intersection VT de ces deux plans, menez des lignes au point F, ces lignes seront les perspectives totales des lignes zH, pq, etc..... Sl; ramenez l'œil D en D' sur la ligne de fuite xy; menez la dia-

gonale perspective *l*D', qui, par ses intersections avec les lignes *z*F, *q*F, *o*F, etc...., donnera les points par lesquels des paralleles à VT seront les perspectives des lignes HS, GO, BI, etc....; et conséquemment la figure *zhsl* sera la perspective de la figure *zl*HS; puisque la figure *zhsl* est la perspective de la figure *z*HS*l*, l'œil placé en D verra la figure *zhsl* comme le prolongement de la figure *zl*HS, conséquemment l'angle *hz*H disparoîtra.

Étant donné le dessin correct d'une figure, en tracer l'anamorphose sur deux plans faisant entre eux un angle droit, la place de l'œil et sa hauteur étant aussi données.

PRATIQUE.

Fig. 90. Soit (figure 89) le dessin correct, *zu* l'intersection des deux plans qui doivent recevoir l'anamorphose, F la place de l'œil, et DF la distance.

Menez *xy* parallèlement à *zu*, cette ligne *xy* sera la ligne de fuite du prolongement du plan *izu;* fixez d'abord la place où doivent poser les pieds de la figure déformée; menez alors la ligne *ap;* divisez cette ligne en antant de parties que la ligne AP (fig. 89); par le point F et par ses points de divisions menez des lignes prolongées jusqu'à ce qu'elles coupent l'intersection *zu* des deux plans qui doivent recevoir l'anamorphose. Il faut ensuite déterminer quelle partie de la figure doit être représentée sur le plan *zuxy*, et quelle partie de la figure doit être contenue sur le plan *izu*. Je suppose que la partie de la figure qui comprend le bout des pieds jusqu'aux hanches soit celle qui doit être contenue sur le plan *zuxy;* comptez alors quel nombre de carreaux en hauteur comprend cette partie de la figure correcte; prenez sur la ligne *ap* un

nombre de divisions égal au nombre de carreaux que comprend la figure correcte en partant du bout des pieds jusqu'aux hanches; par le point D, œil du spectateur, ramené sur la ligne de fuite, et par le point 2, qui fixe ce nombre de divisions, menez la diagonale perspective D-2 prolongée, qui, par ses intersections avec les lignes qui vont au point F, donnera des points par lesquels des paralleles à *zu* seront les perspectives des lignes AP, LM, NO, etc.... de la figure 89; des points *z*, *a*, *b*, *c*, etc...., *u*, où les lignes qui vont au point F coupent l'intersection *zu* des deux plans, menez des perpendiculaires à cette même ligne *zu*; divisez la ligne *zi* en parties égales à celles de la ligne *zu*; par les points de divisions 1, 2, 3, 4, etc.... *i*, menez des lignes paralleles à *zu*, qui, par leurs intersections avec les perpendiculaires à cette même ligne, donneront les carreaux géométraux qui doivent contenir l'autre partie de la figure correcte: transportant ensuite les parties de la figure contenues dans les carreaux géométraux à pareille place dans les carreaux perspectifs, vous obtiendrez la figure perspective, qui sera anamorphose sur le plan *zuxy*, et correcte sur le plan *izu*; l'œil étant placé au-dessus du point F et à une hauteur FD, le spectateur verra alors la figure perspective parfaitement semblable à la figure 89, et placée verticalement sur ses pieds, quoique les deux plans sur lesquels elle est tracée fassent entre eux un angle droit.

DÉMONSTRATION.

La ligne *xy* étant l'intersection d'un plan parallele à *izu*, est la ligne de fuite de la perspective du prolongement du plan *izu*; ce plan *izu* étant vertical, la ligne DF étant aussi verticale, se trouve parallele aux lignes *zi*, *ah*, *be*, etc... *uv*, et conséquemment détermine le point de fuite des perspec-

tives de toutes ces lignes (définit. 11e, t. 1er); la distance de l'œil étant rabattue en D sur la ligne de fuite *xy*, la ligne D*z* est la perspective d'une diagonale qui, par ses intersections avec les lignes qui vont au point F, détermine des points par lesquels, menant des paralleles à *zu*, on complétera la perspective des carreaux, qui paroîtront parfaitement égaux à ceux de la figure 89; ces mêmes lignes sont paralleles à *zu* (fig. 90). Il faut encore démontrer que la figure ainsi tracée doit paroître verticale.

Pour représenter des objets qui s'éloignent il faut les diminuer en raison de leur éloignement. Cette figure devant paroître verticale, il faut au contraire augmenter tous les carreaux en raison de leur éloignement, ce qui s'obtient en renversant l'opération perspective; ainsi tous les carreaux perspectifs construits sur le plan *zuxy* étant augmentés en raison de leur éloignement, doivent paroître dans un même plan vertical.

Il faut ensuite démontrer que les carreaux construits sur le plan *izuv* doivent être géométraux et paroître dans le prolongement du plan *zuxy*.

D'abord ces carreaux doivent être géométraux, puisqu'ils sont contruits sur une surface parallele à celle de la figure 89 (coroll. 6e, défin. 11e, t. 1er); ensuite ils doivent paroître dans le prolongement du plan *zuxy*, puisque la grandeur qu'ils doivent avoir est donnée par les sections des lignes qui vont au point F avec l'intersectiou *zu*, et que par conséquent ils sont augmentés en raison de leur éloignement.

Il faut observer, 1° que la partie de la figure contenue dans le plan *izuv* est correcte, puisqu'elle est tracée dans des carreaux géométraux;

2° Que la partie de la figure contenue dans le plan *zuxy*

paroît d'autant plus difforme que la ligne de fuite *xy* est plus loin de l'intersection *zu* des deux plans, et que l'œil est plus près de la ligne de fuite.

Étant donnés trois plans perpendiculaires entre eux, la place et la hauteur de l'œil, construire sur ces trois plans une anamorphose qui paroisse construite sur un seul.

PRATIQUE.

Fig. 91. Soient *xyzu*, *zuz'u'*, *z'u'x'y'* les trois plans donnés, *zu* et *z'u'* leurs intersections, F la place de l'œil, et FD sa distance ou hauteur.

Menez parallèlement à *xy* une ligne à la place où l'on veut faire poser la figure difforme; divisez la ligne *ap* en parties égales entre elles et en même nombre que la ligne AP de la figure 89; par ces points de divisions et par le point F menez des lignes prolongées jusqu'à ce qu'elles coupent la base *zu;* menez la perspective d'une diagonale *z*D; par les points 5, 6, 7, où elle coupe les lignes qui vont au point F, menez des lignes paralleles à *zu*, ces lignes termineront la perspective des carreaux sur le plan *zuxy;* par les points *z*, 2, 4, etc... *u*, où les lignes qui tendent au point F coupent l'intersection *zu*, élevez des perpendiculaires à cette même ligne; portez sur *zz'* des divisions égales à *z*-2, 2-4, etc....; par ces points de divisions menez des paralleles à *zu*, par leurs intersections avec les perpendiculaires elles termineront les carreaux sur le plan *zuz'u';* faites 9F' égale à 8F; parallèlement à *z'u'* menez *xy*, qui sera la ligne de fuite du plan des carreaux sur le plan *z'u'x'y'*, faites F'D' égale à la distance de l'œil au plan *z'u'x'y';* des points *z'*, 1, 3, etc.... *u'*, menez des lignes au point F'; menez *z'*D', perspective d'une diagonale, qui, par ses intersections

avec les lignes qui vont au point F', donnera des points, par lesquels menant parallèlement à $z'u'$ des lignes *ir*, *st*, etc... *gv*, ces lignes termineront la perspective des carreaux sur le plan $z'u'x'y'$.

Si l'on trace dans ces carreaux la figure 89, et si l'on suppose ces plans relevés jusqu'à ce qu'ils deviennent perpendiculaires, l'œil du spectateur placé en F et à la hauteur DF verra la figure comme si elle étoit tracée sur un seul plan; il la verra aussi verticale et parfaitement semblable à la figure 89. La partie tracée sur le plan $zuz'u'$ sera correcte, et les parties tracées sur les plans $zuxy$ et $z'u'x'y'$ seront anamorphoses.

Ces anamorphoses seront d'autant plus difformes que la ligne xy sera plus éloignée de la ligne zu, et l'œil plus près de cette même ligne de fuite xy.

Dans le cas où l'œil sera plus près de la ligne xy, il sera alors plus éloigné de la ligne $x'y'$, et la partie de la figure tracée sur le plan $xyzu$ sera plus difforme que celle tracée sur le plan $x'y'z'u'$.

Si l'on veut que cette figure et la figure 90 paroissent égales à la figure 89, il faudra porter sur la ligne *ap* des divisions égales à celles de la ligne AP de la figure 89.

Ces anamorphoses ne sont pas seulement de pure curiosité, elles peuvent servir à faire paroître une statue dans le milieu d'une galerie ou d'un appartement.

La démonstration de cette figure est la même que celle de la figure 90.

Par cette méthode on peut encore faire ces anamorphoses sur un plus grand nombre de plans, pourvu que ces plans soient perpendiculaires entre eux.

FIN DE LA CINQUIEME PARTIE.

SIXIEME PARTIE.

MÉTHODE DE TRACER DES ANAMORPHOSES SUR LA SURFACE INTERNE OU EXTERNE DE DEUX PLANS QUI FONT ENTRE EUX UN ANGLE QUELCONQUE, LA PLACE ET LA HAUTEUR DE L'OEIL ÉTANT DONNÉES.

Fig. 92. CETTE figure est l'opération perspective mise elle-même en perspective.

Il faut d'abord avoir le dessin correct qu'on veut déformer, et que ce dessin soit enfermé dans une suite de carreaux.

Soient *z'u'zu* les carreaux qui contiennent le dessin correct, AB*z'u'* et AB*zu* les plans sur lesquels on veut construire l'anamorphose, D la place de l'œil, et *b*D sa hauteur au-dessus de chacun des plans; si on peut déterminer sur les deux plans la perspective des carreaux contenus sur le plan *z'u'zu*, le problême sera résolu.

Faites donc passer par l'œil D un plan parallele au triangle *z'*A*z*, ce plan coupera la base *z'u'zu* suivant la ligne O*t*, et les deux plans AB*z'u'* et AB*zu* suivant les deux lignes *bt* et *b*O; par les points O, *c*, *e*, *h*, etc... *t*, menez à l'œil D des rayons, qui, par leurs intersections avec la ligne *b*O, donneront les points 1, 2, 3, 7, par lesquels menez à *zu* des paralleles, qui seront les perspectives des lignes TM, CE, etc....; les rayons qui partent des points *r*, *m*, *n*, *v*, *q*, *t*, par leurs intersections avec

bt, donneront des points par lesquels menez à $z'u'$ des paralleles, qui seront les perspectives des paralleles à *gd*.

Il faut ensuite trouver les perspectives $z'z$, *l*P, etc.... uu'.

Par l'œil D et par la ligne AB faites passer un plan, qui coupera la base suivant la ligne *gd;* des points *g*, *s*, *p*, etc.... *d*, menez des rayons à l'œil D, ces rayons, par leurs intersections avec la ligne AB, donneront les points 6, 8, *b*, 9, 4, 5, perspectives des points *g*, *s*, *p*, *r*, *x*, *o*, *d;* de ces points menez des lignes aux points *z*, P, Q, O, R, S, *u*, ces lignes, par leurs intersections avec les paralleles à *zu* sur le plan AB*uz*, donneront la perspective de la moitié des carreaux de la base; par les points 6, 8, 7, *b*, 9, 4, 5 menez des lignes aux points z', *l*, *k*, *t*, etc.... u', ces lignes, par leurs intersections avec les paralleles à la ligne $z'u'$ sur le plan AB$z'u'$, termineront la perspective de l'autre moitié des carreaux de la base.

On voit donc que l'opération se réduit à faire deux sections, l'une par un plan parallele à la ligne $z'z$, qui donne les points 1, 2, 3, 7, par lesquels passent les perspectives de la moitié des lignes paralleles à *zu;* l'autre par un plan parallele à la ligne $z'z$, qui donne les points 6, 8, 7, *b*, 9, 4, 5, par lesquels passent les perspectives des lignes $z'z$, *pl*, etc... uu'.

DÉMONSTRATION.

Les perspectives des points *c*, *e*, *h*, *i*, etc... *q* doivent se trouver dans les rayons *c*D, *e*D, *h*D, *i*D, etc... *q*D, puisque les rayons contiennent toujours la perspective ou l'image des points d'où ils partent; mais les perspectives de ces mêmes points doivent aussi se trouver dans les intersections *b*O et *bt* des plans AB*zu*, AB$z'u$ avec le plan *tb*O; puisque ce plan contient tous les rayons qui partent des points *c*, *e*, *h*, *i*, etc.... *q*, les perspectives de ces points doivent donc se trouver aux intersections

des rayons *c*D, *e*D, *h*D, etc.... *q*D, avec les lignes *b*O et *bt*, c'est-à-dire aux points 1, 2, 3, 7; les points *c*, *e*, *h*, *i*, etc... *t*, étant ceux par lesquels passent les lignes TM, etc.... CE, paralleles à la base *zu*, les points 1, 2, 3, 7, etc.... sont les perspectives des points par lesquels passent les perspectives des lignes TM, etc... CE; mais ces lignes sont paralleles à *zu* (corollaire 4ᵉ, définition 11ᵉ, t. 1ᵉʳ), leurs perspectives doivent être paralleles à cette même ligne; menez donc par les points 1, 2, 3, 7, etc..... des paralleles à *zu*, qui seront les perspectives des lignes TM, etc.... CE.

Il faut ensuite démontrer que les lignes 6*z*, 8*p*, 7Q, etc..., 5*u* sont les perspectives des lignes *z'z*, *lp*, Q*k*, etc...., *uu'*; les triangles *z'*-6-*z*, *l*-8-P, K-7-Q, etc.... sont les intersections des plans de rayons qui passent par l'œil et les lignes *z'z*, *lp*, etc.... *uu'*; conséquemment les lignes 6*z*, 8*p*, etc.... 5*u*, sont les perspectives des lignes *zg*, *ps*, Q*r*, etc.... *ud*, sur le plan *z*AB*u*. Même démonstration pour la perspective des lignes *gz*, *sl*, *pk*, etc.... *du'*, sur le plan *z'*AB*u'*.

Étant donnés un dessin correct, deux plans qui fassent entre eux un angle quelconque, mais connu, la place et la hauteur de l'œil, construire sur ces deux plans la perspective du dessin correct.

PRATIQUE.

Fig. 95. Soient AB*z'u'* et AB*zu* les deux plans sur lesquels on veut construire l'anamorphose, AB leur intersection, D la place de l'œil, et D*l* sa hauteur.

Faites passer un plan *tl*O parallèlement à *z'z*; ce plan, comme je viens de le démontrer, contiendra les perspectives des points par lesquels passent les perspectives des paralleles

à *zu* ou *z'u'*. Pour construire cette intersection prenez une ligne *t*O géométralement égale à *z'z;* au milieu H élevez à *t*O une perpendiculaire indéfinie; portez sur *t*O des divisions égales à celles de la figure 94; par ces points de divisions menez les rayons AD, BD, CD, ED, qui, par leurs intersections avec *tl*, donneront les points *p*, *o*, *n*, *m*, perspectives des points par lesquels doivent passer les perspectives des lignes 1-7, AB, CD, etc.... EH, de la figure 94.

Il faut ensuite construire sur ces deux plans la perspective des lignes 1-7, AB, CD, etc.... EH, de la figure 94 : menez (fig. 98) une ligne quelconque AB; faites B-2 et 2A égales à *tl* et *l*O de la figure 97; au point 2 (fig. 98) menez CE perpendiculaire à BA; portez sur B-2 les divisions de la ligne *tl* (fig. 97); par ces points de divisions menez des paralleles à CE, qui donneront les lignes 1-7, *ab*, etc.... *cd*, perspectives des lignes 1-7, AB, etc.... CD, sur l'un des plans; portez les mêmes divisions sur la ligne B-2; par ces points menez encore des paralleles à CE, qui seront sur l'autre plan les perspectives des lignes EH, MN (fig. 94).

Il faut encore chercher la perspective des lignes 1E, etc.... 7H. J'ai démontré à la figure 92 qu'il falloit faire passer un plan par l'œil et l'intersection des deux plans qui doivent recevoir l'anamorphose. Soit (fig. 95) AB*gh* le plan; il contient, comme je l'ai démontré, les intersections des rayons qui partent des divisions de la ligne *gh*, et conséquemment les points qui fixent le rétrécissement des perspectives des lignes 1E, etc... 7H, de la figure 94; mais dans la figure 95 le plan AB*gh* est représenté perspectivement; il faut donc le construire géométralement pour déterminer la perspective des lignes 1E, etc... 7H (fig. 94).

Fig. 96. Faites GH géométralement égale à la ligne 1-7 de la figure 94; divisez cette ligne GH en deux parties égales au point O; à ce point élevez à GH une perpendiculaire indéfinie; aux points G et H élevez à GH deux autres perpendiculaires; faites GR, HS géométralement égales à la hauteur *g*A des deux plans (fig. 95); menez RS, qui terminera le géométral du plan AB*gh* de la figure 95; faites D*o* (fig. 96) égale à la hauteur de l'œil au-dessus des deux plans; divisez la ligne GH (fig. 96) en parties égales à celles de la figure 94; des points de divisions G, M, N, etc.... H, menez des rayons à l'œil D; ces rayons, par leurs intersections avec RS, donneront les points *g, m, n*, etc.... *h*, perspectives des points G, M, N, etc...., H; portez les divisions *gm, no*, etc.... *qh* de la ligne RS (fig. 96) à la droite et à la gauche du point 2 sur la ligne CE (fig. 98); portez sur 1-7 (fig. 98) des divisions égales à celles de la ligne 1-7 (fig. 94); joignez (fig. 98) les divisions de la ligne 1-7 aux divisions de la ligne CE par les lignes 1C, etc.... 7E, vous aurez déterminé la perspective de la moitié des lignes 1E, etc... 7H (fig. 94); portez sur la ligne MN (fig. 98) des divisions égales à celles de la ligne 1-7 (fig. 94); joignez (fig. 98) les divisions de la ligne MN avec celles de la ligne CE, vous obtiendrez la perspective de l'autre moitié des lignes 1E, etc.... 7H (fig. 94); les lignes 1C, etc.... 7E (fig. 98), par leurs intersections avec les lignes 1-7, *ab, cd*, CE, etc...., déterminent la perspective de la moitié des carreaux; les lignes MC, etc.... NE, par leurs intersections avec la ligne MN et ses paralleles, déterminent la perspective de l'autre moitié des carreaux: transportez la figure correcte contenue dans les carreaux géométraux dans les carreaux perspectifs, vous aurez l'anamorphose construite sur les deux plans.

Cette anamorphose sera construite avec d'autant plus d'exac-

titude que vous aurez divisé la figure originale en un plus grand nombre de carreaux.

Lorsque la figure originale à représenter sur deux plans sera terminée par des lignes droites ou par des courbes connues, on emploiera la méthode donnée à la figure 38 de ce volume.

Les divisions portées sur les deux plans de sections ne doivent être égales à celles du dessin correct que dans le cas où l'on voudra que la figure tracée sur les deux plans paroisse parfaitement égale à celle du dessin correct.

La perspective de la figure correcte sera d'autant plus difforme que l'angle *tlO* (fig. 97) que font les deux plans sera plus aigu, parcequ'alors les rayons AD, BD, etc.... HD, par leurs intersections avec *tl*, donneront les divisions *tp*, *po*, etc.... *ml*, plus grandes.

DÉMONSTRATION.

La démonstration de cette construction est la même que celle de la figure 92.

Étant donné un dessin correct, construire l'anamorphose de ce dessin sur la surface interne de deux plans donnés, la place et la hauteur de l'œil étant connues.

Fig. 93. Cette figure est encore l'opération perspective mise en perspective; la construction et la démonstration sont les mêmes que celle de la figure 92; elle ne differe que par le renversement de la figure.

PRATIQUE.

Fig. 100. Soit (figure 99) le dessin correct qu'on veut dé-

former, soit ACB (figure 100) le géométral de la section *tbO* (fig. 93).

Divisez la ligne AB en deux parties égales au point P; à ce point élevez une perpendiculaire à AB; portez sur cette perpendiculaire une grandeur PD égale à la hauteur de l'œil au-dessus des deux plans qui doivent recevoir l'anamorphose; portez sur AB des grandeurs A*e*, *eh*, *hi*, *il*, *l*P égales aux divisions de la figure 99; par l'œil D et par les divisions *e*, *h*, *i*, *l* de la ligne AB menez des rayons prolongés qui, par leurs intersections avec AC, donneront AE, EH, HI, IL, LC perspective des divisions A*e*, *eh*, *hi*, *il*, *l*P; les points A, E, H, I, L, C sont ceux par lesquels passent les perspectives des lignes CE, MN, OP, etc.... AB, de la figure 99; il faut ensuite obtenir la perspective des lignes CA, GV, TH, etc.... EB, de la même figure.

Fig. 101. Menez une ligne indéfinie 1-7; au milieu 4 de cette ligne élevez une perpendiculaire indéfiniment prolongée; faites 4-*i* égale à la hauteur de l'intersection des deux plans; par le point *i* menez une parallele à 1-7, vous aurez alors construit le géométral de la section AB*dg* de la figure 93: portez sur la parallele qui passe par le point *i* (fig. 101) des divisions égales aux côtés des carreaux de la figure 99; faites *i*D égale à la hauteur de l'œil au-dessus des deux plans qui doivent recevoir l'anamorphose; par l'œil D et les points *c*, *g*, *h*, *i*, *l*, *k*, *e* menez des rayons prolongés, qui, par leurs intersections avec la ligne 1-7, donneront les points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 perspectives des points *c*, *g*, *h*, *i*, *l*, *k*, *e*, et par conséquent les grandeurs 1-2, 2-3, 3-4, etc.... 6-7, pour la perspective des côtés des carreaux sur l'intersection des deux plans qui doivent recevoir l'anamorphose; alors tout ce qui

est nécessaire pour obtenir la perspective des carreaux qui doivent contenir l'anamorphose se trouve déterminé.

Fig. 102. Pour construire la perspective de ces carreaux menez une ligne quelconque *is;* faites 4*s* et 4*i* chacune égale à la ligne AC de la figure 100; par le point 4 (fig. 102) menez une ligne quelconque perpendiculaire à *is;* portez sur cette perpendiculaire 1-7 des divisions égales à celles de la ligne 1-7 (fig. 101), au point *i* (fig. 102) menez une parallele à 1-7; portez sur cette parallele des divisions *cg*, *gh*, *hi*, etc.... *ke*, égales aux divisions CG, GH, HI, etc.... KE (fig. 99); menez (fig. 102) les lignes *a*-1, *v*-2, *t*-3, etc.... *b*-7, qui seront les perspectives de l'autre moitié des lignes CA, GV, HT, etc.... EB, de la fig. 99; les lignes brisées *a-1c*, *v-2g*, *t-3h*, etc.... *b-7e*, (fig. 102), par leurs intersections avec les paralleles *ce*, *mn*, *op*, etc.... *ab*, donneront les perspectives des carreaux de la figure 99 : transportant ensuite les parties de la figure originale contenues dans les carreaux originaux à pareille place dans les carreaux perspectifs de la figure 102, vous aurez construit l'anamorphose, qui, étant appliquée sur les deux plans donnés, paroîtra parfaitement égale à la figure originale contenue dans les carreaux de la figure 99.

L'anamorphose sera d'autant plus exacte que l'on aura divisé la figure 99 en un plus grand nombre de carreaux.

Si la figure à déformer ou à représenter sur les deux plans étoit terminée par des lignes droites ou par des courbes connues, on emploieroit alors la méthode que j'ai donnée à la page 68 de ce volume.

Il faut encore avoir soin d'augmenter la largeur du trait en raison de l'alongement de l'anamorphose.

Il faut observer que la lumiere ou le jour doit éclairer

également les deux plans qui reçoivent l'anamorphose; dans le cas où le jour ne viendroit pas également sur les deux plans il faudroit corriger par la couleur l'inégalité de la lumiere.

FIN DE LA SIXIEME PARTIE.

SEPTIEME PARTIE.

MÉTHODES POUR TRACER LES ANAMORPHOSES SUR LES SURFACES INTERNE ET EXTERNE DE TOUTES LES PYRAMIDES, QUELLE QUE SOIT LA FORME DE LEUR BASE, LA PLACE ET LA HAUTEUR DE L'OEIL ÉTANT DONNÉES.

Étant donnés la hauteur d'une pyramide quadrangulaire, la hauteur de l'œil au-dessus de cette pyramide, et le dessin correct d'un objet quelconque, construire sur la surface externe de cette pyramide l'anamorphose ou la perspective du dessin correct par rapport à la hauteur de l'œil.

Fig. 103. Pour que ce dessin paroisse correct et égal au dessin donné il faut qu'il paroisse construit sur un seul plan, c'est-à-dire qu'il paroisse construit sur la base de la pyramide. Je suppose donc le dessin construit dans le carré ABH-1 égal à la base de la pyramide.

Menez les deux diagonales B-1, AH; portez sur ces diagonales des divisions égales entre elles; joignez ces divisions par des lignes qui formeront de nouveaux carrés inscrits dans ABH-1, et éloignés l'un de l'autre d'une distance égale; menez les deux diametres CI, EK perpendiculaires l'un à l'autre, la base ABH-1 de la pyramide sera alors divisée en quatre car-

rés, et chacun de ces carrés en huit parties égales, de maniere que la base de la pyramide se trouvera divisée en trente-deux parties; conséquemment la figure correcte étant tracée sur la base de la pyramide, se trouve aussi divisée en trente-deux parties. Si je peux trouver sur la surface de cette pyramide la perspective de ces trente-deux parties, le probléme sera résolu, parcequ'alors, transportant chaque partie de la figure originale dans la division perspective qui lui convient, l'anamorphose se trouvera tracée.

PRATIQUE.

Fig. 104. Cette figure représente l'opération perspective mise elle-même en perspective.

Soit ABH-1 le carré de la base avec toutes ses divisions, ABH-1L la pyramide, et LD la hauteur de l'œil.

Faites passer par l'œil le sommet L et la diagonale AH un plan qui coupera la pyramide suivant les deux arêtes AL, LH, conséquemment ce plan contiendra les divisions de la diagonale AH; des points *o*, *p*, *r*, 7 menez des rayons à l'œil D, ces rayons couperont nécessairement l'arête AL, et par leurs intersections donneront les points O, P, Q, L perspectives des points *o*, *p*, *r*, 7; des points O, P, Q menez des paralleles à AB, prolongées jusqu'à ce qu'elles coupent l'arête LB aux points *t*, *l*, *i*; du milieu C de la ligne AB menez CL, qui terminera sur la face ALB la perspective des huit figures contenues dans le triangle A-7B de la base de la pyramide; des points *t*, *l*, *i*, où les lignes O*t*, P*l*, Q*i* coupent l'arête LB, menez des lignes perspectivement paralleles à BH, qui, par leurs intersections avec l'arête LH, donneront les points R, S, T perspectives des points *s*, *v*, *n*; du milieu E de BH menez EL, qui, par ses intersections avec *t*T, *l*S, *i*R, terminera la

perspective des huit figures contenues dans le triangle B-7H de la base; des points T, S, R menez des paralleles à H-1; des points O, P, Q menez des lignes perspectivement paralleles à A-1; du milieu K de A-1, et du milieu I de H-1 menez les lignes KL, IL, qui termineront sur les autres faces les perspectives des huit figures contenues dans chacun des triangles A-7-1, 1-7H de la base de la pyramide.

DÉMONSTRATION.

Le plan ADH, qui passe par l'œil D, le sommet L, et par la ligne AH, coupe la pyramide suivant les deux arêtes AL et LH, puisque les trois lignes d'un triangle sont dans un même plan; conséquemment tous les rayons qui partiront des points de la ligne AH pour aller à l'œil du spectateur se trouveront tous dans le plan ADH, puisque chacun de ces rayons aura deux points dans ce plan. La perspective du point P doit se trouver dans le rayon D*p*; mais elle doit aussi se trouver dans l'intersection du plan ADH avec la pyramide, c'est-à-dire dans la ligne AL; mais ce point devant se trouver en même temps dans les deux lignes *p*D et AL, ne peut se trouver qu'au point que ces deux lignes ont de commun entre elles, c'est-à-dire au point d'intersection P; ce point est donc la perspective du point *p*. Je démontrerois de même que les points O, Q, L sont les perspectives des points *o*, *r*, 7; par conséquent la ligne AL est la perspective de la ligne A-7; les lignes *p*-9, *o*-5, *r*-8 étant paralleles à AB, leurs perspectives doivent rester paralleles à AB (coroll. 4[e], définit. 11[e], t. 1[er]).

Même démonstration pour les autres faces de la pyramide.

Étant données une pyramide quadrangulaire et la hauteur de l'œil, construire sur les quatre faces la perspective ou l'anamorphose d'une figure donnée.

PRATIQUE.

Fig. 107. Cette construction est l'opération perspective simple.

Soit CBGH (fig. 106) la figure originale. Menez une ligne quelconque GC égale à la diagonale de la base de la pyramide; au milieu V élevez une perpendiculaire à cette même ligne GC; portez sur la perpendiculaire élevée au point V une grandeur V*v* égale à la hauteur de la pyramide; menez G*v* et C*v*, vous aurez le triangle C*v*G, qui sera la section faite par le sommet et par l'une des diagonales de la pyramide. Faites *v*D égale à la hauteur de l'œil; divisez GV en parties égales et en même nombre que les divisions de l'une des lignes VH, VG, VC, ou VB de la figure originale; des points de divisions P, 3, A, Q de la ligne GC menez des rayons à l'œil D, qui, par leurs sections avec G*v*, donneront les points *p*, 3, *a*, *q* perspectives des points P, 3, A, Q, et conséquemment les espaces G*p*, *p*-3, 3-*a*, *aq*, *qv* perspectives des divisions GP, P-3, 3A, AQ, QV de la diagonale de la base de la pyramide.

Fig. 108. D'un point quelconque V, comme centre, et d'un rayon égal à la ligne G*v* de la figure 107, décrivez une circonférence; portez sur cette circonférence des grandeurs H'G, GB, BC, CH égales à la ligne GH de la figure 106; menez les lignes H'V, GV, BV, CV, HV, qui donneront le géométral des faces de la pyramide déployée; en sorte que les lignes H'G, GB, BC, CH seront le développement de la base de la pyra-

mide, et les lignes VH', VG, VB, VC, VH, le développement des arêtes; portez la grandeur *vq* (fig. 107) sur les mêmes arêtes VH', VG, VB, VC, VH (fig. 108) de V en *p'*, de V en *q* de V en *r*, de V en *m*; de V en *p*; joignez les points *p'*, *q*, *r*, *m*, *p* par les lignes *p'q*, *qr*, *rm*, *mp*, vous aurez la figure *p'qrmp*V pour le développement de la perspective du carré *pqrm*V de la figure 106; sur chacune des diagonales (fig. 108) portez la grandeur *va* de la figure 107 de V en *b'*, de V en *a*, de V en *s*, de V en *h*, de V en *b*; joignez les points *b'*, *a*, *s*, *h*, *b* par les lignes *b'a*, *as*, *sh*, *hb*, vous aurez la figure *b'ashb*V pour le développement de la perspective du carré *ashb*V de la figure 106; sur chacune des diagonales développées de la figure 108 portez la grandeur *v*-3 de la figure 107 de V en 2', de V en 3, de V en 7, de V en 8, de V en 2; joignez les points 2', 3, 7, 8, 2 par les lignes 2'-3, 3-7, 7-8, 8-2, vous aurez le développement de la perspective du carré 2-3-7-8 de la figure 106; sur les diagonales développées (fig. 108) portez la grandeur *vp* de la figure 107 de V en O', de V en P, de V en K, de V en L, de V en O; joignez les points O', P, K, L, O par les lignes O'P, PK, KL, LO, vous aurez le développement de la perspective du carré OLKP (fig. 106); par les points T, I, A, E, milieux des lignes HG, GB, BC, CH, menez au point V les lignes TV, IV, AV, EV, qui seront les perspectives des diametres TA, IE (figure 106), et diviseront les développements de la perspective de chacun des carrés en huit parties égales, et conséquemment la perspective de tous les carrés en quarante parties, qui seront les perspectives des quarante-huit divisions de la figure originale 106; transportez la figure originale contenue dans les carreaux géométraux de la figure 106 à pareille place dans le développement des carreaux perspectifs (fig. 108), vous aurez l'anamorphose construite sur le

développement des quatre faces de la pyramide; ployez ce développement suivant les lignes GV, BV, CV, appliquez-le sur la pyramide de maniere que les lignes VH', VG, VB, VC se trouvent sur les arêtes de cette même pyramide, la ligne VH se joindra avec la ligne VH'; les points *p*, *b*, 2, O', H se joindront avec les points *p*', *b*', 2', O', H' : l'œil étant élevé au-dessus de la pyramide d'une quantité égale à la ligne *v*D (fig. 107), verra la figure difforme parfaitement semblable à la figure 106.

Pour que la figure déformée paroisse parfaitement égale à la figure originale il faut que la base de la pyramide sur laquelle est tracée cette figure difforme soit capable de contenir la figure originale. Dans le cas où la figure originale peut être contenue sur la base de la pyramide, et si l'on veut que l'anamorphose ou figure difforme paroisse égale à la figure originale, il faudra porter sur la ligne GC (fig. 107) des divisions égales à celles de l'une des diagonales du carré qui enferme la figure correcte, c'est-à-dire qu'il faudra faire GC (fig. 107) égale à GC (fig 106), et porter sur GC (fig. 107) des divisions égales à celles de GC (fig. 108). Dans le cas où la base de la pyramide seroit plus petite que le carré qui enferme la figure originale, il faudra alors faire GC (fig. 107) égale à la diagonale de la pyramide donnée, et diviser cette ligne GC en un nombre de parties égales entre elles, et toujours égales au nombre des divisions de la diagonale GC du carré qui contient la figure correcte (fig. 106).

Si la base de la pyramide étoit un hexagone, eptagone, octogone, etc...., il faudroit alors enfermer la figure originale dans un hexagone, eptagone, octogone, etc...., mener des rayons à chacun des angles, diviser chacun des rayons en parties égales entre elles, joindre ces divisions par des lignes

qui formeront autant d'hexagones, d'eptagones, ou d'octogones qu'il y aura de divisions sur l'un des rayons, abaisser du centre des perpendiculaires sur chacun des côtés, ce qui multipliera les divisions; construire le géométral de toutes les faces au moyen d'une circonférence décrite avec un rayon égal à un arête de la pyramide, et chercher la perspective des subdivisions, comme on vient de le faire pour la pyramide quadrangulaire.

Si, comme dans cette figure, au lieu de tracer sur une surface, qu'on applique ensuite sur la pyramide, on étoit obligé de construire sur la pyramide elle-même, on feroit le géométral de la section qui passe par la diagonale de la base et le sommet de la pyramide, comme à la figure 107; on porteroit sur la base du triangle un nombre de divisions égales entre elles, et en même nombre que celles de la diagonale GC de la figure 106; on obtiendroit les perspectives de ces divisions par le moyen des rayons, comme à la figure 107; on porteroit ensuite ces perspectives sur les arêtes de la pyramide; par tous les points qui fixeroient sur ces arêtes les perspectives des divisions de la base on meneroit des paralleles aux côtés de cette même base, ce qui termineroit la perspective des carrés qui enferment la figure originale; des lignes menées du sommet au milieu de chaque côté de la base termineront les perspectives des subdivisions des carrés. Transportant ensuite la figure originale, contenue dans les carrés géométraux, à pareille place dans les carreaux perspectifs, on aura déterminé l'anamorphose de la figure originale.

La figure difforme ou l'anamorphose sera tracée d'autant plus exactement qu'on aura divisé la figure originale 106 en un plus grand nombre de carrés, parceque les divisions étant alors plus multipliées, les divisions perspectives seront plus

comme rayons ; toutes les arêtes étant égales entre elles et également inclinées, une section G*v*C (fig. 107), par le sommet, l'œil, et une diagonale quelconque de la base, passera par deux arêtes, et conséquemment les rayons qui partiront de la base de la section pour aller à l'œil donneront la perspective de toutes les divisions de chaque diagonale de la base ; les lignes LO, 8-2, *hb*, *mp*, (fig. 106) étant parallèles à CH, intersection d'une des faces de la pyramide avec la base, leurs perspectives doivent être parallèles à CH (fig. 108) (coroll. 4ᵉ, définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ).

Étant données la surface interne d'une pyramide quadrangulaire, la place et la hauteur de l'œil, construire sur cette surface la perspective ou l'anamorphose d'une figure correcte aussi donnée.

PRATIQUE.

Fig. 105. Cette figure représente l'opération perspective mise elle-même en perspective.

Pour construire l'anamorphose il faut d'abord inscrire la figure correcte ou originale dans des carrés subdivisés comme à la figure 103, ensuite construire la perspective de ces subdivisions sur la surface interne de la pyramide.

Soit ABH-1 la base de la pyramide divisée comme à la figure 103, soit D la place de l'œil, et D-7 sa hauteur.

Faites passer par l'œil D, par la diagonale AH et par le sommet L un plan qui coupera la pyramide suivant les deux arêtes AL et LH; par l'œil D et les points de divisions *p*, *o*, *r*, 7 de la diagonale menez des rayons prolongés indéfiniment ; ces rayons, par leurs intersections avec AL, donneront les points O, P, Q, L perspectives des points *p*, *o*, *r*, 7, et conséquemment

la ligne AL perspective de la ligne A-7; par la même raison les rayons D-7, D*s*, D*v*, D*n* prolongés, par leurs intersections avec HL, donneront les points T, S, R, L perspectives des points *n*, *v*, *s*, 7, et la ligne HL perspective de la ligne H-7; conséquemment les deux arêtes AL, LH sont ensemble la perspective de la diagonale AH. Je démontrerois de même que les arêtes BL, L-1 sont ensemble la perspective de la diagonale B-1.

Il faut ensuite construire la perspective des lignes *p*-4, *o*-3, *r*-2, etc....

Par les points O, P, Q, où les rayons coupent l'arête AL, menez des paralleles à AB, ces paralleles O*t*, P*l*, Q*i* seront les perspectives des lignes *p*-4, *o*-3, *r*-2; par les points *t*, *l*, *i*, où les paralleles à AB coupent la ligne BL, menez parallèlement à BH les lignes *t*T, *l*S, *i*R, qui seront les perspectives des lignes 4-*n*, 3-*v*, 2-*s*; construisez de même la perspective des autres côtés des carrés sur les deux autres faces de la pyramide, vous aurez alors sur les quatre faces la perspective des carrés qui divisent la figure originale; du milieu des côtés AB, BH, H-1, 1A de la base de la pyramide menez des lignes au sommet L, vous obtiendrez des subdivisions perspectivement égales aux subdivisions des carrés géométraux contenus sur la base; la surface de la pyramide se trouvant donc perspectivement divisée comme la base, l'opération se terminera en transportant les parties de la figure originale contenue dans les carreaux géométraux à pareille place dans les carreaux perspectifs.

DÉMONSTRATION.

Il faut d'abord démontrer que le plan qui passe par l'œil D, par la diagonale AH, et par le sommet de la pyramide, la coupera suivant les deux arêtes AL et LH; les trois lignes AH,

AL, LH formant un triangle, sont dans un même plan; conséquemment le plan qui passe par la ligne AH et par le point L, appartenant aux deux arêtes AL, LH, contiendra nécessairement ces deux lignes, puisqu'elles auront chacune deux points dans ce plan.

Il faut ensuite démontrer que les rayons prolongés DO, DP, DQ, DL, etc... DT, sont aussi dans le plan DALH; ce qui est évident, puisque l'œil D et les points *p*, *o*, *r*, 7, *s*, *v*, *n* étant dans ce plan DALH, ces rayons auront chacun deux points dans ce plan; ils y seront donc contenus: mais ces rayons contiennent la perspective ou l'image des points *p*, *o*, *r*, 7, etc.... *n*; la ligne AL, intersection de deux faces de la pyramide avec le plan DALH, contient aussi l'image ou la perspective des points *p*, *o*, *r*, 7; les points O, P, Q, L, intersections des rayons DO, DP, DQ, DL avec la ligne AL, sont par conséquent les perspectives des points *p*, *o*, *r*, 7. Je démontrerois de même que les points L, R, S, T sont les perspectives des points 7, *s*, *v*, *n*. Chacune des faces de la pyramide étant le tableau, les lignes AB, BH, etc... étant les bases de ces tableaux, les perspectives O*t*, *t*T, P*l*, *l*S, Q*i*, *ir* des lignes *p*-4, 4*n*, *o*-3, 3*v*, *r*-2, 2*s* restent paralleles aux bases des faces (coroll. 4e, définit. 11e, t. 1er).

Étant données une figure correcte, la surface interne d'une pyramide quadrangulaire, la place et la hauteur de l'œil, construire sur la surface interne de cette pyramide la perspective ou l'anamorphose de la figure correcte.

PRATIQUE.

Fig. 110. Cette figure est l'opération perspective simple. Menez une ligne quelconque GC égale à la diagonale de la

base de la pyramide au milieu V de GC; menez à cette même ligne une perpendiculaire prolongée indéfiniment de part et d'autre; faites V*v* géométralement égale à l'élévation du sommet au-dessus de la base; menez les lignes G*v*, C*v*, vous aurez le géométral de la section qui passe par l'œil par le sommet et la diagonale de la base de la pyramide; portez sur la ligne GV des divisions égales entre elles et en même nombre que celles de la base de la pyramide; faites VD égale à la hauteur de l'œil au-dessus de la pyramide; par les points P, S, A Q menez des rayons prolongés, qui, par leurs intersections avec G*v*, donneront les points *p*, *s*, *a*, *q* perspectives des points P, S, A, Q, et conséquemment les divisions G*p*, *ps*, *sa*, *aq*, *qv* perspectives des divisions GP, PS, SA, AQ, QV.

Il faut ensuite construire le géométral des quatre faces de la pyramide.

D'un point quelconque V (fig. 111), et d'un rayon égal à une des arêtes décrivez la portion de circonférence GBCHG'; portez sur cette circonférence quatre divisions GB, BC, CH, HG' égales aux bases des triangles qui forment la pyramide; joignez ces points et le centre V par les lignes GV, BV, CV, HV, G'V, vous aurez terminé le géométral du développement des quatre faces de la pyramide.

Il faut encore construire les divisions perspectives.

Prenez donc la ligne *vq* (fig. 110), portez-la (fig. 111) sur les arêtes développées de V en *q*, de V en *r*, de V en *m*, de V en *p*, de V en *q'*; joignez les points *q*, *r*, *m*, *p*, *q'* par les lignes *qr*, *rm*, *mp*, *pq'*, vous aurez la figure *qrmpq'* perspective du développemeut d'un carré semblable au carré *qrmp* de la figure orignale 109; portez (fig. 110) la grandeur *va* de V en *a*, de V en 8, de V en *h*, de V en *b*, de V en *a'* sur les arêtes développées de la figure 111; joignez les points *a*, 8, *h*, *b*, *a'* par

les lignes *a*-8, 8*h*, *hb*, *ba*', vous aurez la figure *a*-8-*hba*' perspective de la seconde division de la figure originale 109; portez les grandeurs *vs*, *vp* de la figure 110 sur les arêtes développées de la figure 111, vous aurez les deux figures *s*-7-*lis*' et PKLOP' perspectives des deux autres carrés de la figure originale 109; par le milieu de chacune des bases des triangles qui forment la pyramide menez (fig. 111) les lignes IV, NV, EV, MV, qui seront les perspectives des diametres de la figure originale, et qui donneront les perspectives des subdivisions des carrés originaux; transportez ensuite la figure originale contenue dans les carrés géométraux à pareille place dans les carrés perspectifs, vous aurez construit l'anamorphose de la figure originale enfermée dans les carrés de la figure 109.

Si l'on veut tracer l'anamorphose avec plus d'exactitude, il faut augmenter le nombre des carrés géométraux de la figure 109, et conséquemment le nombre des carrés perspectifs; par exemple, entre les deux carrés *a*-8-*hb* et *qrmp* de la figure 109 inscrivez le carré *otec*, ce qui augmentera le nombre des divisions géométrales, et conséquemment diminuera de grandeur chacune de ces divisions. Pour tracer la perspective de ce nouveau carré divisez la ligne AQ (fig. 110) en deux parties égales au point O, le rayon DO prolongé, par son intersection avec G*v*, donnera le point *o* perspective du point O; portez la grandeur *vo* de V en *o*, de V en *t*, de V en *e*, de V en *c*, de V en *o*' sur les arêtes développées de la figure 111; joignez les points *o*, *t*, *e*, *c*, *o*' par les lignes *ot*, *te*, *ec*, *co*', vous aurez la figure *oteco*' pour le développement perspectif du nouveau carré; multipliez le nombre des carrés géométraux, ce qui multipliera le nombre des carrés perspectifs, et en diminuant de grandeur chacune des divisions perspectives, donnera le moyen de tracer l'anamorphose avec plus d'exac-

titude. Si l'on mene (fig. 109) des lignes telles que vT, ces lignes doubleront encore le nombre des divisions géométrales; la perspective de ces lignes doublera le nombre des divisions perspectives.

Les observations que j'ai faites à la figure 108 sont les mêmes pour cette figure.

La démonstration est la même que celle de la figure 108.

FIN DE LA SEPTIEME PARTIE.

HUITIEME PARTIE.

MOYENS DE TRACER LES ANAMORPHOSES SUR LES SURFACES INTERNE ET EXTERNE DES CÔNES.

Étant donnés un cône, la place et la hauteur de l'œil, construire sur la surface de ce cône l'anamorphose d'une figure correcte.

PRATIQUE.

Fig. 113. Soit *oc*F le cône donné, DF la hauteur de l'œil, et (fig. 112) le dessin correct.

Divisez la figure 112 par plusieurs cercles concentriques; divisez la premiere circonférence en un nombre quelconque de parties égales; par ces divisions faites passer des diametres, qui diviseront chacun des cercles concentriques en autant de parties qu'il y aura de divisions sur la circonférence du premier; il est évident que si je peux trouver sur le cône la perspective de ces cercles et de leurs divisions, le problême sera résolu.

Soit donc ABCHGPE*o* la base du cône divisée comme la figure 112. Si je fais passer par l'œil et par l'axe du cône un plan, ce plan passera par l'un des diametres EC du cône, et le coupera suivant les deux côtés EF, CF; ce plan contiendra tous les rayons V*n*, *vm*, *v*E, *vi*, *vr*, *v*C de la base du cône; des points *m*, *n*, *v* menez des rayons à l'œil D, ces rayons, par

leurs intersections avec le côté EF, donneront les points 4, 2, F perspectives des points *m*, *n*, *v*, et les points 3, 1, F perspectives des points *r*, *i*, *v*; ainsi les distances F-2, F-4, FE, F-1, F-3, FC sont les perspectives des rayons de la base, c'est-à-dire sont les perspectives des rayons *vn*, *vm*, *v*E, *vi*, *vr*, *v*C; conséquemment les lignes EF, CF sont ensemble la perspective du diametre EC: faites passer par le diametre PR un autre plan, ce plan coupera le cône suivant les côtés PF et FR, qui contiendront aussi les perspectives des rayons des cercles concentriques. Si par le diametre AG de la base et par le sommet on fait encore passer un plan, ce plan coupera le cône suivant les côtés GF, FA, qui contiendront aussi la perspective des rayons des cercles concentriques de la base; conséquemment les lignes F-5, F-6 sont les perspectives des rayons *vq*, *vs*; mais comme tous les rayons *vm*, *vq*, *vs*, *vr* d'un même cercle sont égaux entre eux, leurs perspectives F-4, F-5, F-6, F-3 sont aussi égales entre elles; ainsi la courbe suivant laquelle sont placés les points 4, 5, 6, 3, est une circonférence, et la surface P-5-6-G est la perspective de la surface P*qs*G.

DÉMONSTRATION.

Il faut d'abord démontrer que le plan DEC, qui passe par l'œil D, par le sommet et par le diametre EC, coupe le cône suivant les deux côtés EF, FC; le plan EDC passant par le sommet et par la ligne EC, contient nécessairement deux points de chacune des lignes EF, FC; donc ces lignes sont entièrement dans ce plan; conséquemment il coupe le cône suivant ces mêmes lignes. Les rayons D*m*, D*n*, D*v*, etc.... sont entièrement dans le plan EDC, puisqu'ils ont chacun deux points dans ce plan, conséquemment ils contiendront la perspective des points *m*, *n*, *v*; mais la perspective de ces points doit se trouver dans les rayons D*m*, D*n*, D*v*: elle doit aussi se trouver dans la ligne

EF; la perspective de ces points étant en même temps dans deux lignes, ne peut être qu'au point où ces lignes se coupent, c'est-à-dire aux points 4, 2, F. Même démonstration pour les divisions des autres diametres.

La *figure* 114 réprésente le géométral d'une des sections du cône.

Avant de construire l'anamorphose il faut nécessairement obtenir le développement de sa surface, sans y comprendre la base.

Étant donnée la section par l'axe d'un cône droit, construire son développement.

PRATIQUE.

Fig. 115. Soit FEC la section par l'axe du cône. Divisez la demi-base C*v* et le côté CF en parties égales; avec un rayon égal à la ligne FC tracez une circonférence ABCEFGHKLMNO (figure 116); divisez cette circonférence en autant de parties égales que le côté du cône, c'est-à-dire en douze parties égales, puisque le côté FC du cône (figure 115) est divisé en douze parties égales; prenez sur cette circonférence autant de parties qu'il y en a sur le demi-diametre; par exemple, le demi-diametre du cône (fig. 115) contient cinq parties. Prenez donc sur la circonférence de la figure 116 cinq parties AB, BC, CE, EF, FG; joignez les points A et G et le centre V par les lignes AV, VG, la surface AEGV sera le développement du cône droit, dont la section par l'axe est EFC.

DÉMONSTRATION.

Si on fait tourner le cône EFC sur le côté FC, il développera une surface terminée par une circonférence dont le rayon est égal à FC; le demi-diametre engendrera aussi une circon-

férence; il faut donc déterminer quelle est la partie de la circonférence décrite par le côté FC, qui peut envelopper le cône. Les circonférences sont entre elles comme les rayons; ainsi le rayon C*v* étant de cinq parties, le rayon FC de douze parties, les circonférences décrites par ces rayons sont entre elles comme 5 est à 12; conséquemment la circonférence décrite par le rayon C*v* est les 5 douziemes de la circonférence décrite par le rayon FC; ainsi la portion AEG (fig. 116), les 5 douziemes de la circonférence AEGM, est le développement de la circonférence de la base du cône; et comme le cône dans son mouvement sur un de ces côtés développe une surface AEHMV, AEGV étant les 5 douziemes de cette surface, est conséquemment le développement du cône, dont la section par l'axe est EFC (fig. 115).

Étant donnés un cône droit, la place et la hauteur de l'œil, construire sur la surface du cône l'anamorphose d'une figure correcte quelconque.

PRATIQUE.

Fig. 117. Soit CPEIFDGRBQ*v* le cercle de la base du cône, *v* son centre.

Divisez la circonférence de ce cercle en un nombre quelconque de parties égales, comme, par exemple, en dix parties; joignez les points de divisions par les diametres CD, QF, BI, RE, GP; divisez l'un des rayons VR en un nombre quelconque de parties égales, comme, par exemple, en cinq parties aux points R, 1, 2, 3, 7, *v*; du point *v*, comme centre, et des rayons *v*-7, *v*-3, *v*-2, *v*-1, décrivez des circonférences qui diviseront la base du cône et la figure correcte en cinq cercles, qui eux-mêmes seront divisés en dix parties égales par les diametres,

de maniere que la figure correcte sera divisée en cinquante parties. Si je peux déterminer la perspective de toutes ces divisions, le problême sera résolu; parceque transportant alors la figure correcte contenue dans les divisions géométrales à pareille place dans les divisions perspectives, j'obtiendrai sa perspective ou son anamorphose.

Construisez donc le développement AEGV du cône comme à la figure 116; divisez l'arc de cercle du développement en autant de parties égales que les cercles de la figure correcte 117; joignez le centre V (fig 116) et les points de divisions A, R, B, Q, C, P, E, I, F, D, G par les lignes AV, RV, BV, QV, CV, etc... GV, qui seront les perspectives des diametres de la figure correcte 117.

Il faut ensuite trouver sur ces diametres perspectifs les perspectives des divisions des diametres de la figure 117.

Faites RE (fig. 118) égale à l'un des diametres de la fig. 117; au milieu *v* de la ligne RE (fig. 118) élevez une perpendiculaire à cette même ligne; faitez *v*F égale à la hauteur du cône; menez les lignes RF et EF, qui compléteront le géométral de la section faite par l'axe du cône qui doit recevoir l'anamorphose; divisez R*v* en un nombre de parties égales au nombre des divisions d'un rayon de la figure correcte; faitez FD égale à la hauteur de l'œil au-dessus du cône; menez les rayons D-1, D-2, D-3, D-7, qui, par leurs intersections avec RF, donneront les points *a*, *p*, *q*, *r*, F perspectives des points 1, 2, 3, 7, *v*, et conséquemment les perspectives des divisions des diametres de la figure correcte; les points *a*, *p*, *q*, *r*, F étant les perspectives des points 1, 2, 3, 7, *v*, les grandeurs F*r*, F*q*, F*p*, F*a* sont les perspectives des rayons de la figure correcte; portez F*r* de la figure 118 de V en O sur la ligne VA de la figure 116; du point V, comme centre, et d'un rayon égal à

VO, décrivez l'arc O-7-8-*o*, qui sera la perspective de la circonférence géométrale qui a *v*-7 pour rayon; portez F*q* de la figure 118 de V en N sur la ligne VA de la figure 116; du point V, comme centre, et d'un rayon égal à VN, décrivez l'arc N-3-4-*n*, qui sera la perspective développée de la circonférence géométrale qui a *v*-3 pour rayon; portez F*p* de la figure 118 de V en M sur la ligne VA de la figure 116; du point V, comme centre, et d'un rayon égal à VM, décrivez l'arc M-2-9-*m*, qui sera la perspective développée de la circonférence géométrale, qui a V-2 pour rayon; portez F*a* de la figure 118 de V en g^1 sur la ligne VA de la figure 116; du point V, comme centre, et d'un rayon égal à Vg^1, décrivez l'arc g^1*bpfg*, qui sera la perspective développée du cercle géométral *bpfg* de la figure 117. Les différents arcs de cercles (fig. 116), perspectives des cercles géométraux de la figure correcte, sont perspectivement divisés par les rayons perspectifs AV, RV, BV, QV, CV, etc... GV; de maniere que la division BQ*bq* de la figure 116 est la perspective de la division BQ*bq* de la figure géométrale (fig. 117). Transportez la figure originale contenue dans les cercles géométraux, à pareille place dans les cercles perspectifs, vous aurez l'anamorphose de la figure 117; appliquez ensuite sur le cône le développement AEGV, la ligne VG se confondra avec la ligne AV; les points *o*, *n*, *m*, *g* se confondront avec les points O, N, M, g^1, et l'anamorphose paroîtra tracée sur un seul plan, et parfaitement semblable à la figure originale, l'œil étant placé au-dessus du cône à une distance DF (fig. 118).

L'anamorphose sera tracée avec d'autant plus d'exactitude que le nombre des divisions de la figure originale sera plus grand.

Si on veut augmenter le nombre des divisions, on tracera

des cercles géométraux intermédiaires tels que *mnsr* (fig. 117). Pour trouver la perspective de ces nouveaux cercles on portera leurs rayons sur la ligne *v*R (fig. 118); des rayons qui iront à l'œil D, par leurs sections avec RF, donneront la perspective des nouveaux points de divisions. Par exemple, portez le rayon *vm* de la figure 117 de *v* en *y* sur la ligne *v*R de la figure 118; menez le rayon D*y*, qui, par son intersection *t* avec RF, donnera F*t* pour la perspective du rayon *vy*; portez ce rayon perspectif F*t* de V en X' sur la ligne VA (fig. 116); du point V, comme centre, et d'un rayon VX', décrivez l'arc de cercle X'*n*'*srx*, qui sera la perspective développée du cercle géométral *mnsr* (fig. 117): ces cercles intermédiaires doublant le nombre des divisions géométrales, leurs perspectives doubleront le nombre des divisions perspectives.

Si par le milieu de BR (fig. 117) on mene la ligne *xv*, cette ligne divisera l'espace RB*v* en deux fois plus de parties; conséquemment la ligne XV (fig. 116) perspective de la ligne *xv* (fig. 117), divisera l'espace perspectif RBV de la figure 116 en dix parties, qui seront les perspectives des dix divisions de l'espace RB*v* de la figure 117.

Ces anamorphoses seront d'autant plus difformes que les cônes qui doivent les recevoir seront plus alongés; puisque la surface du cône est la perspective de sa base dans le cas où l'œil est placé dans le prolongement de la perpendiculaire qui passe par le centre de la base et par le sommet, le cône s'alongeant, la surface augmente, et conséquemment la perspective devient plus difforme.

Il faut observer que le trait qui dessine l'anamorphose doit aussi augmenter de largeur en raison de l'alongement de chaque partie de cette anamorphose.

DÉMONSTRATION.

La démonstration de la construction de cette anamorphose est la même que celle de la figure 113.

Il faut ensuite démontrer que les perspectives des divisions sur la surface du cône droit doivent toujours diminuer en raison de leur rapprochement du sommet ou de l'œil du spectateur. Lorsque dans l'opération de perspective on veut représenter des objets qui s'éloignent, on les diminue en raison de leur éloignement; conséquemment, lorsqu'on veut représenter des objets qui doivent paroître sur un seul plan, il faut augmenter les parties les plus éloignées en raison de leurs distance à l'œil, ou bien, ce qui revient au même, diminuer la perspective des parties les plus près en raison de leur rapprochement; ainsi les parties de l'anamorphose qui sont au sommet étant plus près de l'œil que celles qui avoisinent la base du cône, elles doivent conséquemment être faites plus petites, pour qu'elles puissent paroître sur le même plan que celles qui avoisinent la base.

Si l'on veut tracer ces anamorphoses sur un cône oblique, il faut d'abord tracer le développement du cône, ensuite tracer le développement de toutes les divisions de la base; ce qui s'obtient en faisant passer des plans par le sommet du cône, par l'œil, et par chacun des diametres de la base; ces plans contenant les rayons qui partent de chaque division des diametres, donneront les perspectives des développements qui ne seront plus des circonférences.

Étant donnés un cône droit, la place et la hauteur de l'œil, construire sur la surface interne de ce cône la perspective ou l'anamorphose d'une figure correcte aussi donnée.

PRATIQUE.

Fig. 119. Soit BFLEAGHC un cercle égal à la base du cône dans lequel est inscrit la figure correcte.

Divisez ce cercle en un nombre quelconque de parties égales aux points B, F, L, E, A, G, H, C; joignez ces points de divisions par les diametres BA, FG, LH, EC; sur l'un des diametres, comme, par exemple, AB, portez des divisions égales A-1, 1-2, 2-3, 3*v;* du point *v,* comme centre, et des rayons *v*-3, *v*-2, *v*-1 décrivez les circonférences 3*qsp*, 2*rnl*, 1*ceo*, qui seront elles-mêmes divisées en huit parties égales, en sorte que la figure originale se trouvera divisée en trente-deux parties.

Pour construire cette anamorphose il faut d'abord construire le développement de la surface du cône, comme à la figure 116 de ce volume; il faut ensuite chercher la perspective des différentes divisions du diametre AV, ou bien celles du rayon A*v*.

Prenez (fig. 121) une ligne quelconque AV égale à un des diametres; divisez cette ligne en deux parties égales au point *v;* de ce point élevez une perpendiculaire à AV, prolongez-la indéfiniment de part et d'autre; faites *v*F géométralement égale à la hauteur du cône; menez AF et VF, vous aurez construit le géométral AFV de la section qui passe par l'œil, un diametre, et le sommet du cône. Portez sur AV des divisions égales à celles de la ligne A*v* de la figure 119; menez les rayons D-1, D-2, D-3 prolongés, qui, par leurs sections avec la ligne AF, donneront les points M, N, P perspectives des

points 1, 2, 3, et conséquemment les grandeurs FP, FN, FM, FA perspectives des rayons géométraux V-3, V-2, V-1, VA; portez FP (fig. 121) de V en *p* sur la ligne VA de la figure 120; du point V, comme centre, et d'un rayon V*p* décrivez l'arc *poh*, qui sera la perspective développée du cercle géométral 3*qsp* de la figure 119; portez la grandeur FN de V en *n* sur la ligne VA de la figure 120; du point V, comme centre, et d'un rayon V*n* décrivez l'arc *ndq*, qui sera la perspective développée du cercle géométral 2*rnl* de la figure 119; prenez la grandeur FM (fig. 121), portez-la de V en *m* sur la ligne VA de la figure 120; du point V, comme centre, et d'un rayon égal à V*m* décrivez l'arc *mrs*, qui sera la perspective développée du cercle géométral 1*ceo* (fig. 119); divisez l'arc AV'A' du développement (fig. 120) en autant de parties égales que les cercles géométraux (fig. 119); par les points de divisions E, L, F, V', C, H, G menez les lignes EV, LV, FV, V'V, CV, HV, GV, qui seront les perspectives des rayons géométraux du grand cercle (fig. 119), et qui, par leurs intersections avec les cercles développés, donneront les perspectives des différents rayons géométraux (fig. 119); transportez la figure correcte contenue dans les divisions géométrales à pareille place dans les divisions perspectives, vous aurez construit l'anamorphose.

DÉMONSTRATION.

La démonstration de cette construction est absolument la même que celle de la construction de l'anamorphose sur la surface externe du cône droit. Il faut cependant observer que dans la figure 120, qui représente le développement de la surface interne du cône droit, les divisions perspectives qui approchent le plus du sommet V sont plus grandes que celles qui sont auprès du développement AELFV'CHGA' de la base; ce qui est dû à ce que l'anamorphose devant représenter le dessin

correct comme s'il étoit tracé sur la surface de la base, les divisions doivent être augmentées en raison de leur éloignement de l'œil, afin qu'elles puissent paroître sur le même plan.

Si au lieu de construire l'anamorphose sur une surface qu'on applique ensuite sur le cône, on vouloit la construire sur le cône même, il faudroit alors employer la méthode suivante.

Divisez d'abord la figure originale à déformer par plusieurs cercles concentriques et par plusieurs diametres comme à la figure 119; construisez la section par l'œil, le diametre de la base et le sommet comme à la figure 121; cherchez, comme dans cette même figure, la perspective des rayons des cercles concentriques de la figure correcte; divisez la circonférence de la base même du cône en autant de parties que celle qui enferme la figure correcte; des points de divisions de la base du cône menez des lignes au sommet, ces lignes seront les perspectives des rayons; sur chacune des lignes qui vont de la base au sommet du cône portez les rayons perspectifs FP, FN, FM; par tous ces points faites passer des courbes, qui seront les perspectives des circonférences de la base: ces perspectives, par leurs intersections avec les perspectives des rayons, donneront les perspectives des divisions de la figure correcte, qui, étant transportée dans les divisions construites sur la surface du cône, donnera l'anamorphose d'autant plus exacte que les divisions perspectives seront plus multipliées.

Si la figure originale étoit plus grande que la base du cône, l'opération seroit encore la même; seulement les divisions du diametre de la section AFV (fig. 121) ne seroient pas égales aux divisions du diametre de la figure correcte, elles seroient seulement en même nombre et égales entre elles. L'anamorphose alors tracée sur le cône paroîtra plus petite que la figure correcte.

FIN DE LA HUITIEME PARTIE.

NEUVIEME PARTIE.

MÉTHODES DE TRACER LES ANAMORPHOSES QUI DOIVENT ÊTRE RÉFLÉCHIES DANS LES MIROIRS, QUELLES QUE SOIENT LEURS FORMES.

Étant donnés un miroir pyramidal, la place et la hauteur de l'œil, construire un dessin qui, étant réfléchi dans ce miroir, représente un objet parfaitement égal à un objet original aussi donné.

PRATIQUE.

Fig. 122. Cette figure est l'opération perspective mise elle-même en perspective.

Pour que ce dessin paroisse sur un seul plan il faut que la réflexion paroisse faite sur la base du miroir.

Divisez la base par des diagonales AO, CS; menez les deux diametres IE, BG, qui diviseront la base de la pyramide en huit parties; divisez les deux diametres IE, GB en un nombre quelconque de parties égales; joignez ces points de divisions par des lignes qui seront paralleles aux côtés de la base; ces lignes diviseront la base de la pyramide en quatre carrés, qui seront eux-mêmes divisés en huit parties par les diametres et les diagonales; conséquemment la base de la pyramide sera partagée en trente-deux parties. Si je peux trouver sur la pyramide la perspective des divisions de la base, elles paroîtront tracées

sur le plan ASOC; déterminant ensuite les réflexions des divisions perspectives tracées sur les faces, le problême sera résolu.

Faites donc passer un plan par l'œil D, le sommet F, et un des diametres BG de la base, ce plan coupera la pyramide suivant les deux lignes BF et GF; des points *e*, *z*, *u*, *o* menez des rayons à l'œil D, ces rayons *e*D, *z*D, *u*D, *o*D, par leurs intersections avec BF, donneront les points 4, 8, etc... F, perspectives des points *e*, *z*, *u*, *o*; par les points 4, 8, etc... menez à CA des paralleles, qui seront les perspectives des lignes *ab*, *mp*, *gk*; par les points 6, 7, etc..., où les lignes 5-6, 2-7, etc... rencontrent la ligne AF, menez à AS des paralleles qui seront les perspectives des lignes *bt*, *ps*, *ky*. Même construction pour les deux autres faces de la pyramide; alors la surface de la pyramide se trouvera divisée en trente-deux parties, qui seront les perspectives des divisions de la base.

Pour terminer l'opération il faut construire les divisions qui par réflexion paroîtront égales aux divisions de la surface de la pyramide, et conséquemment à celles de la base.

Prolongez indéfiniment le diametre BG; du sommet F menez FK, qui fasse avec BF l'angle KFB égal à l'angle BF*o* que fait le rayon D*o* avec la même ligne BF; menez KA et KC, vous aurez le triangle CKA, qui se réfléchira exactement sur CFA; du point 4 menez 4M, qui fasse avec BF l'angle M-4-B égal à l'angle B-4-*e* que fait le rayon D*e* avec la même ligne BF; alors la ligne 4M, par son intersection avec *o*K, donnera le point M, qui se réfléchira sur le point 4; par le même point M menez LH parallele à CA, cette ligne LH se réfléchira sur la ligne 5-4-6; conséquemment les divisions LCBM, MBHA se réfléchiront sur les divisions C-5-4-B, B-4-6-A, et paroîtront sur la base de la pyramide; du point 8 menez 8N, qui fasse

avec BF l'angle N-8-B égal à l'angle B-8-*z* que fait le rayon *z*D avec la même ligne BF; la ligne 8-N, par sa section avec *o*K, donnera le point N, qui se réfléchira sur le point 8; par le point N parallèlement à AC menez la ligne PV, qui se réfléchira sur 2-8-7; conséquemment LVMN, HPNM se réfléchiront sur 5-2-8-4 et 6-7-8-4. Même construction pour les autres divisions de cette face; même construction pour chacune des faces de la pyramide.

DÉMONSTRATION.

J'ai démontré à la figure 104 que les lignes 5-6, 2-7, etc.... sont les perspectives des lignes *ab*, *mp*, etc..., et que ces lignes, l'œil étant placé en D, paroissent tracées sur la base de la pyramide; il faut donc démontrer que les lignes LH, VP, etc... sont celles qui se réfléchissent sur les lignes 5-6, 2-7, etc...; les lignes M-4, B-4 *e*-4 sont toutes les trois dans le plan BDG, puisqu'elles ont chacune deux points dans ce plan; l'angle M-4-B étant égal à l'angle B-4-*e*, le point M est celui qui se réfléchira sur le point 4 (théorême 1[er] des miroirs, t. 1[er]); la ligne LH, parallele à CA, est la ligne qui se réfléchira sur 5-6 (corollaire 2[e], théor. 3[e] des miroirs, t. 1[er]); l'angle KFB étant égal à l'angle BF*o*, le point K devant se réfléchir sur le point F, les points C et A étant à eux-mêmes leurs réflexions, les lignes CK, AK sont celles qui se réfléchiront sur CF et AF, et qui conséquemment paroîtront tracées sur la base du miroir suivant les lignes A*o* et C*o*; ainsi tout le triangle CKA, par réflexion, paroîtra tracé sur la base du miroir suivant le triangle C*o*A. Même démonstration pour les autres faces de la pyramide, dont les réflexions doivent être égales entre elles et à la réflexion CKA. Il ne faut plus, pour tracer le dessin, que transporter chaque partie dans la division perspective qui lui convient.

Fig. 123. Cette figure représente le plan qui passe par l'œil D, le sommet F, et le diametre GB de la base du miroir, ce plan étant débarrassé de toutes les lignes de construction.

Étant donnés une figure correcte, la place et la hauteur de l'œil, un miroir pyramidal dont la base soit un carré, construire un dessin qui, étant réfléchi dans le miroir pyramidal, paroisse tracé sur la base de ce miroir, et parfaitement semblable à la figure correcte donnée.

PRATIQUE.

Fig. 126. Soit l'as de cœur *xyz*■ donné comme figure originale, et enfermé dans un carré égal à la base de la pyramide, si cela est possible.

Menez les diagonales AC, EB; par le point O, intersection de ces deux diagonales, menez les deux diametres perpendiculaires LK, HG; portez sur l'un de ces diametres un nombre quelconque de divisions égales; par ces points de division R, *a*, 9 menez des paralleles à EA; par les points V, *l*, *n*, où ces paralleles coupent la diagonale EB, menez des paralleles à EC; par les points Q, *h*, *m*, où ces paralleles coupent la diagonale CA, menez des paralleles à CB; par les points P, *c*, *g*, où ces paralleles coupent la diagonale BE, menez des paralleles à AB, la figure originale se trouvera divisée par quatre carrés concentriques, qui eux-mêmes seront divisés en huit parties égales par les diagonales et les diametres. Si je peux construire un dessin qui par réflexion représente ces divisions, le problême sera résolu. Pour y parvenir il faut construire le géométral de la section qui passe par l'œil, le sommet, et par un des diametres de la base de la pyramide, c'est-à-dire construire le géométral de la section BFO (fig. 122).

Fig. 125. Faites LO égale à la ligne LO (fig. 124); au point O de la figure 125 élevez une perpendiculaire à LO; faites FD égale à la hauteur de l'œil au-dessus du miroir; divisez LO (fig. 125) en un nombre de parties égales à celui de la ligne LO de la figure 124; par les points de divisions R, *a*, 9, O de la figure 125 menez à l'œil D les rayons RD, *a*D, 9D, OD, qui, par leurs sections avec LF, donneront les points 1, 2, 3, F perspectives des points R, *a*, 9, O, et conséquemment les grandeurs L-1, 1-2, 2-3, 3F perspectives des divisions LR, R*a*, *a*-9, 9O; prolongez LO indéfiniment; menez FP, qui fasse avec LF l'angle PFL égal à l'angle LFO que fait le rayon DO avec la même ligne LF, le point P sera le point qui se réfléchira au point F, et qui par conséquent paroîtra tracé au point O de la base du miroir; menez 3N, qui fasse avec LF l'angle N-3-L égal à l'angle L-3-9 que fait le rayon D-9 avec la même ligne LF, le point N se réfléchira au point 3, et paroîtra tracé au point 9 de la base; menez M-2, qui fasse avec LF l'angle M-2-L égal à l'angle L-2-*a* que fait le rayon D*a* avec la même ligne LF, le point M se réfléchira sur le point 2, et paroîtra tracé sur le point *a* de la base; menez 1I, qui fasse avec LF l'angle I-1-L égal à l'angle L-1-R que fait le rayon DR avec la même ligne LF, le point I se réfléchira sur le point 1, et paroîtra tracé sur le point R de la base; conséquemment les divisions LI, IM, MN, NP se réfléchiront sur les divisions L-1, 1-2, 2-3, 3F, et paroîtront tracées sur la base suivant LR, R*a*, *a*-9, 9O; alors tout ce qui est nécessaire pour tracer la réflexion se trouve déterminé.

Faites (fig. 126) le carré ABCE égal au carré de la base du miroir; par le centre O et les milieux L, L^1, L^2, L^3 des côtés menez les lignes LL^1, L^2L^3 prolongées indéfiniment de part et d'autre; à partir des points L, L^1, L^2, L^3 portez sur les prolon-

gements des lignes LL^1, L^2L^3 des grandeurs LP, L^1P^1, L^2P^2, L^3P^3 égales à la ligne LP de la figure 125; menez les lignes EP, CP, AP^1, BP^1, BP^2, CP^2, EP^3, AP^3, vous aurez les triangles ECP, ABP^1, CBP^2, EAP^3, qui, par réflexion, occuperont entièrement les quatre faces du miroir, et paroîtront tracés sur la base suivant les triangles AOD, BOC, EOC, AOB (fig. 124).

Il faut encore tracer les divisions de chacun des triangles de la figure 126.

Sur les prolongements des lignes LL^1, L^2L^3 portez des grandeurs LI, L^1I^1, L^2I^2, L^3I^3 égales à la ligne LI (figure 125); par les points I, I^1, I^2, I^3 menez les lignes SQ, S^1Q^1, S^2Q^2, S^3Q^3 paralleles aux côtés du carré AEBC, vous obtiendrez les espaces ECSQ, ABS^1Q^1, CBS^2Q^2, EAS^3Q^3, qui, en se réfléchissant sur le miroir, paroîtront sur la base (figure 124) suivant les espaces AIVE, BPQC, CQVE, AIPB; sur les prolongements des lignes LL^1, L^2L^3 portez des grandeurs LM, L^1M^1, L^2M^2, L^3M^3 égales à la ligne LM de la figure 125; par les points M, M^1, M^2, M^3 menez les lignes HG, H^1G^1, H^2G^2, H^3G^3 paralleles aux côtés du carré ABCE, vous obtiendrez les espaces QSHG, $Q^1S^1H^1G^1$, $Q^2S^2H^2G^2$, Q^3S^3, H^3G^3, qui, en se réfléchissant sur le miroir, paroîtront tracés sur la base (fig. 124) suivant les espaces IV*la*, PQ*hc*, VQ*lh*, IP*ac*; sur les prolongements des lignes LL^1, L^2L^3 portez des grandeurs LN, L^1N^1, L^2N^2, L^3N^3 égales à la ligne LN de la figure 125; par les points N, N^1, N^2, N^3 menez les lignes TV, T^1V^1, T^2V^2, T^3V^3 paralleles aux côtés du carré ABCE, vous obtiendrez les espaces TPV, $T^1V^1P^1$, $T^2V^2P^2$, $T^3V^3P^3$, qui, en se réfléchissant sur le miroir, paroîtront tracées sur la base suivant les espaces *nk*O, *gm*O, *nm*O, *kg*O, de maniere que les quatre triangles ECP, ABP^1, CBP^2, EAP^3 et leurs divisions, en se réfléchissant sur le miroir, représenteront les divisions de la base (fig. 124). Transportant alors

chaque partie de la figure originale dans la division perspective qui lui convient, le dessin sera tracé. Pour obtenir ce dessin avec plus d'exactitude on appliquera la méthode suivante.

Portez d'abord les deux côtés *zu* et *xy* de la figure originale (fig. 124) de *z* en *u*, de *x* en *y* sur les côtés EA, CB de la figure 126, ces deux lignes représenteront les deux petits côtés de la carte. Pour déterminer la place des deux grands côtés faites O*s* (fig. 125) égale à O*s* (fig. 124); menez le rayon *s*D, qui, par sa section avec la ligne LF, donnera le point 7, par lequel menant 7*p* de maniere que l'angle *p*-7-L soit égal à l'angle L-7-*s*, le point *p* se réfléchira sur le point 7, et paroîtra tracé sur la base suivant le point *s* de la figure 124; sur le prolongement de la ligne LL' portez des grandeurs L*s* et L'*s*' égales à la ligne L*p* de la figure 125; par les points *s* et *s*' menez les lignes *mn* et *m'n'*, qui se réfléchiront suivant une partie des lignes *zx* et *uy*; portez E*n* de E en a^1, de A en a^3, de B en a^2, de C en *a*; menez les lignes za^1, ua^3, ya^2 *xa*, la ligne *mn* se réunira par réflexion avec les lignes za^1 et *xa*, et formera alors *zx* de la figure 124; de même la ligne *m'n'* étant réunie par réflexion avec les deux lignes ya^2, ua^3, représentera la ligne *yu* de la figure 124. On construira de même la réflexion de tout autre point, comme, par exemple, celle du point *q* de la figure 124.

Si on ne veut pas employer la derniere méthode, qui cependant est la meilleure, et qu'on veuille se servir de la premiere, qui est celle des divisions, le dessin sera d'autant plus exact qu'il y aura plus de divisions dans la figure originale, et conséquemment plus de divisions perspectives.

Si le miroir pyramidal, au lieu d'avoir pour base un carré, avoit une tout autre figure réguliere, comme, par exemple,

un hexagone, octogone, etc..., la construction seroit la même; seulement les divisions concentriques de la base prendroient la forme de cette même base, et il y auroit dans le dessin de la réflexion autant de triangles que le miroir pyramidal auroit de faces.

Le dessin à réfléchir sera d'autant plus difforme que le sommet du miroir sera moins élevé, parcequ'alors les angles des rayons étant plus grands, les angles de réflexions seront aussi plus grands, et conséquemment le dessin à réfléchir plus difforme.

Si le miroir étoit formé par une pyramide irréguliere, les faces ne seroient pas égales entre elles; il faudroit alors autant de sections telles que LFO (fig. 125) qu'il y a de faces, conséquemment les triangles du dessin à réfléchir ne seroient plus égaux entre eux; du reste l'opération seroit la même.

On peut mettre du charlatanisme dans la construction de ce dessin, par exemple, dans les espaces P^2BP^1, P^1AP^3, P^3EP, PCP^2, qui ne se réfléchissent point dans le miroir; on peut tracer des figures quelconques qui, ne se réfléchissant point, ne gêneront pas le dessin qu'on veut représenter, mais seulement rendront plus difforme le dessin qui doit être réfléchi.

DÉMONSTRATION.

Il faut d'abord démontrer que les triangles ECP, EAP^3, AP^1B, BP^2C, par réflexion, remplissent exactement chaque face du miroir; en effet les points touchant la base d'une des faces du miroir sont à eux-mêmes leurs réflexions (théor. 2ᵉ des miroirs, tome 1ᵉʳ); la ligne LP étant égale à la ligne LP (fig. 125), le point P se réfléchira sur le sommet du miroir, et conséquemment se réfléchira sur la jonction des deux arêtes; les points E et C se réfléchissant aussi sur les arêtes, le

triangle ECP, par réflexion, occupera exactement toute une face du miroir. Même démonstration pour les autres triangles.

Il faut encore démontrer que le triangle CEP de la fig. 126, en se réfléchissant, paroîtra tracé sur la base du miroir suivant le triangle EOA de la figure 124; l'angle LFO (fig. 125) étant égal à l'angle PFL, le point O est la réflexion du point P; mais la ligne LP (fig. 126) étant égale à la ligne LP (fig. 125), le point P de la figure 126 paroîtra tracé au point O de la figure 124; mais les points E et G (figure 126) sont en même temps dans les arêtes du miroir et dans les diagonales de la base, et comme ils touchent la base d'une des faces, ils sont eux-mêmes leurs réflexions: ces points se réfléchiront sur les points A et E de la figure 124; et comme le point P de la figure 126 se réfléchit sur le point O de la figure 124, conséquemment les deux lignes CP et EP de la figure 126 ont chacune deux points qui se réfléchiront sur la base: ces lignes se réfléchiront donc entièrement sur la base; conséquemment le triangle CPE de la figure 126 se réfléchira sur le triangle AOE de la figure 124. Même démonstration pour les autres triangles. Les lignes *mn*, *m'n'* de la figure 126 restent parallèles à la base des faces du miroir (corollaire 2ᵉ, théorème 3ᵉ des miroirs, t. 1ᵉʳ).

Étant donnés un miroir conique, la place et la hauteur de l'œil au-dessus de ce miroir, construire un dessin qui par réflexion paroisse parfaitement égal à une figure originale donnée.

PRATIQUE.

Fig. 128. Cette figure représente l'opération perspective mise elle-même en perspective.

Il faut d'abord enfermer le dessin original par une circonférence égale à la base du miroir, si cela est possible.

Fig. 127. Soit donc ABIHGFD la circonférence de la base du miroir; divisez-la en un nombre quelconque de parties; dans cette figure elle est divisée en huit parties: par ces points de divisions menez les diametres FX, GB, HA; divisez l'un de ces diametres en un nombre quelconque de parties égales aux points M, L, K; du point *v*, comme centre, et des rayons *v*M, *v*L, *v*K décrivez les circonférences CVMT, PZLN, RUKS, la surface de la base sera divisée par quatre circonférences concentriques, qui elle-mêmes seront divisées chacune en huit parties égales; de maniere que la base du miroir se trouvera divisée en trente-deux parties. Si je peux construire un dessin qui par réflexion sur le miroir représente ces divisions, le problême sera résolu.

Fig. 128. Soit donc ABIHGX la base perspective du miroir conique avec toutes ses divisions, F le sommet, D la place de l'œil, et DF sa hauteur.

Par l'œil D, le sommet F, et le diametre GB faites passer un plan qui coupera le cône suivant le triangle GFB; menez les rayons D*c*, D*p*, D*r*, qui, par leurs intersections avec FB, donneront les points 2, 4, 6 perspectives des points *c*, *p*, *r*; du point 6 menez la ligne 6C, qui fasse avec BF l'angle B-6-C égal à l'angle *r*-6-B, que fait le rayon *r*D avec la même ligne BF; le point C, en se réfléchissant sur le point 6, paroîtra tracé sur la base suivant le point *r*; du point *v*, comme centre, et d'un rayon égal à *v*C décrivez la circonférence MNKCQL, qui par réflexion se confondra avec la circonférence *imnqrs* de la base; menez la ligne 4-P, qui fasse avec BF l'angle B-4-P égal à l'angle *p*-4-B, que fait le rayon *p*D avec la même ligne

BF; le point P, en se réfléchissant, paroîtra sur le point *p;* du point *v*, comme centre, et d'un rayon égal à *v*P décrivez la circonférence OPSTZU, qui par réflexion paroîtra se confondre avec la circonférence *optxzu* de la base; menez 2R, qui fasse avec BF un angle R-2-B égal à l'angle *c*-2-B que fait le rayon *c*D avec la même ligne BF; le point R se réfléchira sur le point *c* de la base; du point *v*, comme centre, et d'un rayon égal à *v*R décrivez la circonférence $ERR^1R^2R^3R^4$, qui par réflexion paroîtra se confondre avec la circonférence 1-2-3-4-*ec* de la base; menez la ligne FV^1, qui fasse avec BF l'angle BFV^1 égal à l'angle *v*FB, que fait le rayon *v*D avec la même ligne BF; le point V^1, par réflexion, paroîtra se confondre avec le point *v* de la base; de ce point, comme centre, et d'un rayon égal à vV^1 décrivez la circonférence $VV^1V^2V^3V^4V^5V^6V^7$, qui sera la limite du dessin qui peut être réfléchi: cette circonférence, par réflexion, se confondra avec le point *v* de la base. Divisez l'une des circonférences à réfléchir en huit parties égales; par le centre et par les points de divisions menez des diametres, leurs sections avec les circonférences à réfléchir donneront des divisions, qui par réflexion paroîtront parfaitement égales aux divisions de la base.

DÉMONSTRATION.

Toute section d'un cône par un plan qui passe par l'axe est un triangle; ainsi le plan GDB, qui passe par le sommet, l'œil, et le diametre GB, passe nécessairement par l'axe du miroir, et conséquemment coupe le miroir conique suivant le triangle GFB; ce plan, passant par un diametre, contient tous les points de divisions de ce même diametre, et par conséquent les points *c*, *p*, *r*, qui appartiennent au rayon: mais comme ce même plan contient aussi l'œil D, qui appartient aussi à chacun des rayons, il en résulte que ce plan contient entière-

ment les rayons, puisqu'ils ont chacun deux points dans ce plan. La perspective des points *c*, *p*, *r* devant se trouver sur la surface du cône et dans le plan qui passe par le diametre GB, doit conséquemment se trouver dans l'intersection BF de ce plan avec la surface du cône; mais la perspective de ces points se trouve aussi dans les rayons *c*D, *p*D, *r*D; elle ne peut donc se trouver qu'à l'intersection 2-4-6 de ces mêmes rayons avec la ligne BF. Le cône étant droit, toutes les lignes qui partent de la circonférence de la base pour aller au sommet, c'est-à-dire les côtés du cône, ont même inclinaison par rapport à la base du cône; les points *i*, *s*, *r*, *q*, *n*, *m* étant sur une même circonférence, sont tous également éloignés de la circonférence de la base du miroir, conséquemment les perspectives de ces points doivent toutes se trouver sur le cône à la même hauteur; ils se trouvent donc tous dans la section d'un plan parallele à la base: mais toute section d'un plan parallele à la base du cône est un cercle; conséquemment les perspectives de tous les points 1, *s*, *r*, *q*, *n*, *m* se trouvent toutes sur une même circonférence sur la surface du cône.

Il faut encore démontrer la méthode que je viens de donner pour construire la réflexion. L'angle *r*-6-B étant égal à l'angle B-6-C, le point C se réfléchira sur le point 6. Mais je viens de démontrer que le point 6 paroît au point *r* de la base, conséquemment le point C paroîtra sur le point *r* de la base; le point 6 étant dans le plan GDB, le point C étant dans le prolongement de la ligne *v*B, la ligne 6C a donc deux points dans le plan GFB; alors le point B étant à lui-même sa réflexion (théorème 2ᵉ des miroirs, t. 1ᵉʳ), le point C se réfléchissant sur le point *r*, il en résulte que la ligne B*r* est la réflexion de la ligne BC. Je démontrerois que le point *p* est la réflexion du point P; conséquemment la ligne B*p* est la réflexion de la ligne BP; de

même la ligne B*c* est la réflexion de la ligne BR. J'ai démontré que le point F est la perspective du point *v* sur la surface du cône; et comme les angles *v*FB et BFV' sont égaux, le point V' se réfléchit sur le point F, et paroît sur le point *v* de la base; ainsi B*v* est la réflexion de la ligne BV', et conséquemment le point V' est la limite du dessin.

Si je fais passer un plan par le sommet, l'œil, et un autre diametre, je démontrerai de même que les points *q, o, e, v* sont les réflexions des points Q, O, E, V; conséquemment les lignes QA, QO, OE, EV se réfléchissent sur les parties *q*A, *qo*, *oe*, *ev* de la base. Le point *q* étant éloigné de la base du miroir d'une quantité *q*A égale à *r*B, la partie AQ doit être égale à BC. Comme je démontrerois que XL et IN sont chacune égales à QA, et de même pour tout autre diametre, il en résulte que tous les points qui par réflexion doivent se confondre avec la circonférence *isrqnm*, se trouvent tous sur une même circonférence, dont *v*C est le rayon. Même démonstration pour toutes les autres circonférences. La réflexion d'une ligne quelconque sur la surface d'un miroir devant faire l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, la ligne *v*B étant un rayon, est perpendiculaire à la surface du miroir; sa réflexion devant passer par le point B, l'angle de réflexion étant égal à l'angle d'incidence, elle doit être perpendiculaire à la surface du miroir, et se réfléchira sur le prolongement de la ligne *v*B, c'est-à-dire suivant le prolongement d'un des diametres de la base.

Il faut observer dans cette figure que les parties de l'anamorphose qui sont le plus éloignées du miroir sont celles qui par réflexion se rapprochent le plus du centre de la base; ce qui doit toujours avoir lieu, puisque dans un miroir quelconque les objets paroissent enfoncés dans le miroir en raison directe de leur éloignement.

Il faut remarquer que l'anamorphose dans le miroir conique sera d'autant plus difforme que le sommet du cône sera moins élevé (fig. 128); en effet moins le sommet du cône sera élevé, plus les angles *r*-6-B, *p*-4-B, *c*-2-B, *v*FB seront ouverts; alors les angles de réflexion B-6-C, B-4-P, B-2-R, BFV' seront aussi plus ouverts, et par conséquent les distances BC, CP, PR, RV' seront plus alongées; ce qui donnera un espace plus grand entre chaque circonférence à réfléchir, et conséquemment rendra l'anamorphose plus difforme.

Il faut aussi observer que le point C, qui par réflexion doit paroître tracé sur le point *r* de la base, se trouve en même temps sur la circonférence MNKCQL, et sur le rayon *v*B prolongé; par conséquent, si je veux avoir le point qui par réflexion paroîtra sur le point *q*, il faut, par le centre *v* et le point *q*, mener le rayon *vq* prolongé, qui, par son intersection avec la circonférence MNKCQL, donnera le point Q, dont la réflexion paroîtra sur le point *q*. Même construction pour tout autre point.

Dans cette anamorphose, comme dans toutes les autres que j'ai déja données, il faut toujours augmenter l'épaisseur du trait en raison de l'alongement de chaque partie de l'anamorphose.

Étant donnés un miroir conique, la place et la hauteur de l'œil au-dessus du miroir, construire l'anamorphose, qui, par réflexion dans ce miroir, paroîtra parfaitement conforme à une figure originale donnée.

PRATIQUE.

Fig. 129. Cette construction est l'opération perspective simple.

Il faut d'abord construire le géométral du triangle qui passe

par l'œil, le sommet et le diametre de la base du miroir. Prenez donc une ligne BE égale au diametre de la base du miroir; divisez cette ligne en deux parties égales au point V; à ce point élevez à BE une perpendiculaire indéfinie, faites VF égale à la hauteur du miroir; menez BF et EF, vous aurez BEF pour le géométral de la section du miroir; faites FD égale à la hauteur de l'œil; divisez BV en un nombre quelconque de parties égales aux points O, R, P, C; de ces points menez à l'œil D les rayons OD, RD, PD, CD, qui, par leurs intersections avec BF, donnent les points *o*, *r*, *p*, *c* perspectives des points O, R, P, C; menez les lignes *o*O', *r*R', *p*P', *c*C', FV' de maniere que les angles O'*o*B, R'*r*B, P'*p*B, C'*c*B, V'FB soient égaux aux angles B*o*O, B*r*R, B*p*P, B*c*C, BFV que les rayons font avec le côté BF du miroir conique; les points O', R', P', C', V' sont les points qui par réflexion paroîtront tracés sur les points O, R, P, C, V.

Fig. 130. Soit BGMX la circonférence de la base du cône, V son centre.

Portez la grandeur VO' de la figure 129 de V en O'; du point V, comme centre, et d'un rayon VO' décrivez la circonférence O'F'L'T', qui par réflexion paroîtra tracée sur la circonférence OFLT de la base; portez la grandeur VR' de la figure 129 de V en R' sur l'un des diametres de la figure 130; du point V, comme centre, et d'un rayon égal VR' décrivez la circonférence R'E'K'S', qui par réflexion paroîtra tracée sur la circonférence REKS de la base. Même construction pour les autres circonférences. Je suppose à présent que l'on veuille avoir le point qui se réfléchira en D sur la circonférence PDIQ; alors menez le rayon VD prolongé, qui, par sa section avec la circonférence P'D'I'Q', donnera le point D', dont la réflexion

paroîtra sur le point D de la base. Même construction pour tout autre point.

Fig. 131. Soit donné l'as de cœur ABCE pour figure originale. Réduisez-la jusqu'à ce qu'elle puisse être contenue dans la base du cône, portez-la à la figure 132; divisez ensuite la base par plusieurs cercles concentriques; cherchez la perspective de ces divisions au moyen de la figure 133, qui donnera la perspective des rayons des circonférences réfléchies; prolongez les diametres de la base du miroir, qui, par leurs intersections avec les circonférences réfléchies, donneront les réflexions des divisions de la base.

Il y a un très grand avantage de porter le dessin original à la place du miroir; par exemple, je suppose que je veuille avoir exactement la réflexion du point *a* (fig. 132), alors je menerai par le centre et le point *a* un rayon prolongé, qui, par son intersection A avec la circonférence ABOCEHL, donnera ce point A pour la réflexion du point *a*.

Ces anamorphoses sont d'autant plus exactes que le nombre des divisions de la base est plus grand, parcequ'alors le nombre des circonférences réfléchies est aussi plus grand; ce qui donne le moyen de déterminer exactement la réflexion de chaque point de la figure originale.

La méthode la plus exacte est celle que je viens de donner. Pour déterminer la réflexion d'un point donné il faut d'abord chercher la réflexion d'une circonférence dans laquelle se trouve le point original; par ce point mener un diametre, qui, par sa section avec la circonférence, donnera la réflexion du point original: il faut encore observer que les anamorphoses doivent toujours être tracées à l'opposé de ce qu'elles doivent paroître par la réflexion.

MIROIRS CYLINDRIQUES.

Le miroir cylindrique peut être considéré comme formé par une infinité de miroirs plans; il peut être considéré comme formé par une infinité de miroirs sphériques.

Dans le premier cas il faut tracer la réflexion dans ces miroirs par le procédé que j'ai donné pour les anamorphoses.

PREMIERE MÉTHODE.

Étant donnés un miroir cylindrique, la place et la hauteur de l'œil, construire un dessin qui par réflexion paroisse égal à un dessin original aussi donné.

PRATIQUE.

Fig. 133. Décrivez un cercle égal à la base du cylindre, inscrivez la figure originale dans une suite de carreaux, comme à la figure 132; portez sur le cercle X (fig. 133) une corde égale au côté *ab* du carré de la figure 132; par le centre Z du cercle X (fig. 133) menez à *ab* une perpendiculaire indéfinie; faites F*e*' égale à la distance de l'œil à la base du cylindre; divisez la ligne *ab* en parties égales à celles de la ligne *ab* de la fig. 132; par le point F et les points *a*, *c*, *e*, *o*, *b* (fig. 133) menez des lignes indéfinies; aux points F et *a* élevez à F*a* des perpendiculaires; faites FT égale à la hauteur de l'œil; portez sur la perpendiculaire élevée au point *a* des divisions égales à celles de la ligne *an* de la figure 132; par ces points de divisions *s*, *r*, *q*, *p*, *n*, et par l'œil T menez des rayons, qui, par leurs intersections avec la ligne F*a* prolongée, donneront les points *s*', *r*', *q*', *p*', *n*' perspectives des points *s*, *r*, *q*, *p*, *n*; par les points *s*', *r*', *q*', *p*', *n*' menez à *ab* des paralleles qui, par leurs

intersections avec les lignes qui vont au point F, donneront les perspectives des carreaux de la figure originale 132.

Il faut ensuite déterminer la perspective des lignes qui par réflexion paroîtront égales aux lignes *sn*, etc... *bi*, de la fig. 132. Pour y parvenir menez par le centre Z de la base du cylindre des rayons Z*a*, Z*c'*, Z*o'*, Z*b*; menez les lignes *a*N, *c'*M, *e'*F, *o'*K, *b*I, de maniere que les angles que font ces lignes avec les rayons ZV, ZU, ZY, ZW soient égaux aux angles V*a*F, U*c'*F, Y*o'*F, W*b*F, que font ces mêmes rayons avec les lignes qui vont au point F; alors les lignes *a*N, *c'*M, *e'*L, *o'*K, *b*I seront les réflexions indéfinies des lignes *an*, *cm*, *el*, *ok*, *bi*; portez les grandeurs *cc'*, *ee'*, *oo'* de *c'* en C, de *e'* en E, de *o'* en O sur les lignes *c'*M, *e'*L, *o'*K; par les points *a*, C, E, O, *b* faites passer une courbe, qui sera la réflexion de la ligne *ab* de la figure 132; à partir des points *a*, C, E, O, *b* portez les divisions des lignes *an'*, *cm'*, *el'*, *ok'*, *bi'* sur les lignes *a*N, CM, EL, OK, *b*I; joignez ces points de divisions par des courbes, qui seront les réflexions des lignes *sd*, *rf*, *qg*, *ph*, *ni*, et qui, par leurs intersections avec les lignes *a*N, CM, EL, OK, *b*I, donneront les perspectives des carreaux de la figure originale 132.

DÉMONSTRATION.

La ligne *na* étant parallele à la ligne FT, les rayons T*n*, T*p*, T*q*, T*r*, T*s*, par leurs intersections avec la ligne F*n'*, donnent les perspectives des divisions de la ligne *na;* conséquemment les divisions de la ligne *an'* paroîtront sur le plan de la ligne *na :* mais la ligne *na* représentant le plan vertical élevé sur la ligne *ab*, il en résulte que les divisions de la ligne *an'* paroîtront sur le plan vertical élevé sur la ligne *ab*, et conséquemment les divisions contenues entre les deux lignes *an'*, *bi'* paroîtront sur le plan vertical élevé sur la ligne *ab*. Les lignes *a*N,

CM, EL, OK, *b*I faisant les angles de réflexions égaux aux angles d'incidence, sont les réflexions des lignes *an*', *cm*', *el*', *ok*', *bi*', et conséquemment doivent paroître au dedans du miroir sur le plan élevé au-dessus de la ligne *ab*.

Il faut encore démontrer que les courbes *a*CEO*b*, etc... sont les lignes qui par leurs réflexions dans le miroir représenteront *ab*, *sd*, etc... *ni*, de la fig. 132; les points *a* et *b* touchant la base du miroir, sont à eux-mêmes leurs réflexions (théorême 2e des miroirs, tome 1er); les grandeurs C*c*', E*e*', O*o*' étant égales aux lignes *c*'*c*, *e*'*e*, *o*'*o*, les points C, E, O sont les réflexions des points *c*, *e*, *o*, et conséquemment la courbe *a*CEO*b* est la réflexion de la ligne *ab* de la figure 132. Même démonstration pour les autres courbes.

Le dessin à réfléchir dans le miroir cylindrique sera d'autant plus difforme que la hauteur de l'œil sera plus courte, parcequ'alors les rayons T*n*, T*p*, T*q*, T*r*, T*s*, par leurs intersections avec F*n*', donneront des divisions beaucoup plus grandes; et conséquemment les courbes qui représentent les lignes *ab*, *sd*, etc.... *ni*, seront beaucoup plus écartées.

Ce dessin sera encore d'autant plus difforme que l'œil sera plus éloigné de la base du miroir.

On peut représenter par réflexion plusieurs dessins sur le même miroir, en supposant plusieurs hauteurs à l'œil du spectateur.

Ces dessins à réfléchir dans les miroirs cylindriques seront d'autant plus exacts que les divisions de la figure originale seront en plus grand nombre; ce qui, diminuant la grandeur de chaque division originale, diminuera conséquemment la grandeur de chacune des divisions perspectives qui doivent servir à tracer la réflexion.

On pourroit encore construire ces dessins sur un plan paral-

lele à la surface du miroir, ou ayant toute autre inclinaison; mais ces dessins n'auroient pas beaucoup d'intérêt, parcequ'ils seroient moins difformes que ceux construits sur un plan perpendiculaire à la surface du miroir.

Il faut toujours dans ces dessins difformes augmenter la largeur du trait en raison de l'alongement de chaque partie du dessin, et les tracer dans un sens inverse de celui suivant lequel ils doivent se réfléchir.

SECONDE MÉTHODE.

Étant donnés la base d'un miroir cylindrique, la place et la hauteur de l'œil, l'intersection AB *avec la base du miroir d'un plan dans lequel se trouve une ligne dont l'inclinaison est connue, et sur le côté du cylindre un point* E, *par lequel passe cette ligne, construire la réflexion de cette ligne sur un plan perpendiculaire au miroir.*

PRATIQUE.

Fig. 134. Soit X la base du miroir, AB l'intersection du plan dans lequel se trouve la ligne, F le site ou projection de l'œil sur le plan qui doit contenir la réflexion.

Par le point F menez les deux lignes FA, FB prolongées indéfiniment; aux points A, B, F élevez à FP des perpendiculaires indéfinies, les perpendiculaires élevées sur A et B seront les côtés du miroir donnés par l'intersection du plan qui contient la ligne donnée; faites AE égale à l'élévation du point par lequel doit passer la réflexion de la ligne donnée; menez EG parallele à AB; faites l'angle HEG égal à celui qui fixe l'inclinaison de la ligne originale; faites FO égale à la hauteur de l'œil; menez OE, OH prolongées jusqu'à ce qu'elles coupent les lignes FN, FM aux points N et M; joignez ces points

par la ligne NM, qui sera sur le plan de réflexion la perspective de la ligne originale; menez FQ, qui coupe la ligne MN en un point quelconque Q; cherchez la réflexion indéfinie de la ligne *r*Q, comme à la figure 133; portez sur cette réflexion la grandeur *r*Q de *r* en Q', qui sera un point de la réflexion de la ligne donnée. Cherchez de la même maniere la réflexion de plusieurs autres points, et par ces points faites passer une courbe dont la réflexion paroîtra avoir la même inclinaison que la ligne originale, et paroîtra lui être parfaitement égale.

DÉMONSTRATION.

Il faut démontrer que la ligne NM est la perspective de la ligne originale EH sur le plan de la base du cylindre; mais il faut d'abord démontrer que les deux lignes EH et MN sont dans le même plan NMO, et ensuite que ce plan coupe le plan de la base du miroir cylindrique suivant la ligne NM. Les trois lignes d'un triangle rectiligne sont dans un même plan, conséquemment les trois lignes qui forment le triangle NMO sont dans un même plan; mais les points E et H de la ligne EH étant dans les lignes NO et MO, sont conséquemment dans le plan NMO; la ligne EH a donc deux points dans ce plan, elle y est donc tout entiere; conséquemment les deux lignes MN et EH sont dans le plan NMO, qui passe par l'œil O du spectateur. Il faut encore démontrer que ce plan coupe le plan de la base du miroir suivant la ligne MN. La ligne FO étant supposée relevée jusqu'à ce qu'elle soit perpendiculaire au plan de la base du miroir, les lignes qui forment le triangle NOF sont dans un même plan vertical; l'intersection N des deux lignes NF et NO sera donc un des points de la commune intersection du plan de la base du miroir et du plan MNO, et comme je démontrerois de même que le point M est encore un point de

cette commune intersection, il en résulte que cette ligne MN est l'intersection du plan MNO avec le plan de la base du miroir; conséquemment la ligne NM est la perspective de la ligne EH sur le plan de la base du miroir, puisque ces deux lignes sont dans un même plan qui passe par l'œil O du spectateur. La démonstration de la réflexion des lignes telles que *r*Q est la même que celle de la figure 133.

Étant donnés un miroir plan vertical, la place et la hauteur de l'œil, construire une anamorphose qui par réflexion paroisse égale à un dessin original aussi donné.

PRATIQUE.

Fig. 135. Soit A'O la hauteur de l'œil; faites passer par l'œil O et la ligne *a*B, qui fixe le milieu du miroir, un plan qui coupe le plan qui doit recevoir l'anamorphose suivant la ligne A'A; divisez le dessin original par une suite de carreaux; portez sur la ligne B*a* des divisions égales aux côtés de ces carreaux; par l'œil O et par les points *m*, *n*, *q*, *r*, *a* qui fixent ces divisions menez les rayons O*m*, O*n*, O*q*, O*r*, O*a* prolongés, qui, par leurs intersections avec A'A, donneront les points M, N, Q, R, A perspectives des points *m*, *n*, *q*, *r*, *a*; de ces points menez les lignes *m*M', *n*N', *q*Q', *r*R', *a*A', de maniere que les angles M'*m*B, N'*n*B, Q'*q*B, R'*r*B, A'*a*B soient égaux aux angles que les rayons OM, ON, OQ, OR, OA font avec la même ligne AB; alors les points M', N', Q', R', A', par réflexion, paroîtront sur les points *m*, *n*, *q*, *r*, *a* du miroir; par les points M', N', Q', R', A' menez des paralleles à la base du miroir; divisez sa base en parties égales aux côtés des carreaux qui partagent le dessin original; par le point A et ces points de divisions menez des lignes, qui, par leurs intersections avec les paralleles à la base

du miroir menées par les points M', N', Q', R', A', donneront la perspective des réflexions des carreaux originaux. Transportant ensuite chaque partie du dessin original dans la division perspective qui lui convient, l'œil placé à la hauteur AO verra, par réflexion dans le miroir, un dessin parfaitement égal au dessin original donné.

L'anamorphose sera d'autant plus difforme que l'œil sera moins élevé, parcequ'à mesure que l'œil se baissera les angles que les rayons OA, etc.... OM, font avec la ligne *a*B deviendront plus grands : de même pour les rayons réfléchis *a*A', etc.... *m*M'; conséquemment les divisions BM', M'N', etc... R'A', déviendront aussi plus grandes, et l'anamorphose sera plus difforme.

Si le dessin représente une figure animée quelconque, ou une figure terminée par des courbes inconnues, il faut employer cette méthode des carreaux; mais si la figure originale est terminée par des lignes droites ou par des courbes connues, alors il faut employer les méthodes que j'ai données dans le premier volume, par lesquelles on obtiendra la réflexion exacte de chacune des lignes, au lieu que par la méthode des carreaux on n'obtient qu'une perspective approximative.

DÉMONSTRATION.

Les rayons réfléchis *a*A', *r*R', etc.... *m*M', faisant les angles de réflexions égaux aux angles d'incidence, les points M', N', etc.... A', sont les réflexions des points M, N, etc.... A (théorême 1er des miroirs, t. 1er); mais comme les points M, N, etc... A, paroissent sur le plan du miroir aux points *m*, *n*, etc.... *a*, les points M', N', etc.... A', paroîtront aussi sur le plan du miroir aux points *m*, *n*, etc.... *a*.

Si le miroir plan étoit incliné, alors on chercheroit la per-

spective du dessin qui doit y être réfléchi comme pour une des faces du miroir pyramidal, en observant que le miroir plan n'est pas ordinairement un triangle; ou bien on emploieroit la méthode que j'ai donnée dans le premier volume pour déterminer les réflexions dans les miroirs inclinés.

Le dessin anamorphose qui doit être réfléchi dans le miroir incliné sera d'autant plus difforme que le miroir sera plus incliné, parceque les angles que feront les rayons réfléchis avec la surface du miroir étant plus grands, l'anamorphose sera alors plus alongée.

L'anamorphose qui doit être réfléchie sera encore d'autant plus difforme que l'œil du spectateur sera moins élevé, parcequ'alors les angles que les rayons réfléchis font avec la surface du miroir étant plus grands, l'anamorphose sera plus alongée; d'où l'on voit que la hauteur de l'œil et l'inclinaison du miroir contribuent à rendre l'anamorphose plus difforme.

On peut encore faire des anamorphoses qui doivent être réfléchies sur plusieurs miroirs plans : je n'en donnerai point la construction, parcequ'elle est la même que celle que je viens d'employer pour un seul miroir plan.

FIN DE LA NEUVIEME PARTIE.

DIXIEME PARTIE.

METHODES POUR TRACER DANS LES VOUTES LES DÔMES ET LES COUPOLES.

Différents peintres ont employé la méthode suivante.

Placez à la naissance de la voûte (fig. 135) un châssis ABEH formé par une suite de carreaux à jour; au point D, qui fixe la hauteur de l'œil, placez une lampe dont la lumiere soit très vive, les lignes qui formeront les carreaux placés à la naissance de la voûte porteront leurs ombres sur la surface de la voûte; tracez les lignes qui terminent ces ombres, vous aurez sur la voûte la perspective des carreaux. Comme il est très difficile d'avoir une lumiere fixe, c'est-à-dire une lumiere dont la flamme ne varie point, il en résulte que l'ombre est très difficile à tracer: en effet, la lumiere variant, l'ombre varie; en outre les rayons lumineux qui partent d'une lampe ou lumiere artificielle quelconque allant toujours en divergeant, produisent des ombres très larges; la perspective des carreaux devient donc encore plus difficile à tracer. Je regarde cette méthode comme très vicieuse, et je conseille d'employer la suivante, qui offre des résultats plus sûrs, et dont la pratique est moins difficile.

Étant données une voûte cylindrique, la place et la hauteur de l'œil, tracer sur la voûte la perspective d'un dessin original aussi donné.

PRATIQUE.

Fig. 136. Au lieu de tracer des lignes dans la voûte il me semble plus simple de se servir des lignes déja tracées, c'est-à-dire des lignes qui forment les joints et les assises des pierres. Supposez donc que les lignes AH, C*c*, etc.... BE, soient les assises des pierres, et les courbes ALB, P*ap*, etc.... H*l*E, les lignes qui fixent les joints; ces courbes, par leurs intersections avec les lignes des assises, donnent des divisions. Si je peux obtenir la perspective de ces divisions sur un plan horizontal ABEH, qui passe par la naissance de la voûte, le problême sera résolu; parcequ'alors, inscrivant le dessin original dans la perspective de ces divisions, et transportant chaque partie de ce dessin dans la division de la voûte qui lui convient, le dessin se trouvera tracé.

Soit donc AEHB le plan horizontal qui passe par la naissance de la voûte, et ALBGW une section verticale de cette voûte.

Prolongez GA indéfiniment; des points C, I, K menez des paralleles à GA; des points C, I, K et L menez des paralleles à AB; faites le carré géométral ABEH de la figure 137 égal au carré $ABEH^1$ de la figure 136; prenez le milieu F de ce carré, ce point sera le point de fuite des lignes AA^1, CC^2, II^2, KK^2 de la figure 136; prenez les grandeurs A^1C^2, A^1I^2, A^1K^2, A^1L de cette même figure, portez-les (fig. 137) de A en C, de A en I, de A en K, de A en L, de B en C^1, de B en I^1, de B en K^1; par les points A, C, I, K, L, K^1, I^1, C^1, B menez des

lignes au point F, ces lignes seront les perspectives indéfinies des lignes AA', CC', II', KK', L*l*.

Il ne faut plus maintenant que déterminer les longueurs perspectives de ces lignes.

Par le point F faites passer une ligne *xy* parallele à AB (fig. 137); à partir du point F portez sur cette ligne une grandeur FD égale à la distance de l'œil au plan ABEH (fig. 136); prenez la grandeur AC' (même figure), portez-la (fig. 137) de C' en 1; menez le rayon 1D, qui, par sa section avec C'F, donnera le point *c* perspective du point C de la figure 136; prenez la grandeur AI' (fig. 136), portez-la (fig. 137) de I' en L; menez le rayon LD, qui, par sa section avec la ligne I'F, donnera le point *i* perspective du point I de la figure 136; prenez la grandeur AK' de la figure 136; portez-la (fig. 137) de K' en 2; menez le rayon 2D, qui, par sa section avec K'F, donnera le point *k* perspective du point K de la figure 136; prenez la grandeur AA' de la figure 136, portez-la (fig. 137) de L en A; menez le rayon AD, qui, par sa section avec LF, donnera le point *m* perspective du point L de la figure 136; portez les divisions K'*k*, I'*i*, C'*c* de K en *v*, de I en *o*, de C en *n* sur les lignes KF, IF, CF; par les points *n*, *o*, *v*, *m*, *k*, *i*, *c*, B faites passer une courbe qui sera la perspective de la circonférence ACIKLMNOB sur le plan AEBH, qui passe par la naissance de la voûte. Construisez de même la perspective de toutes les autres circonférences. Des points *n*, *o*, *v*, *m*, *k*, *i*, *c* menez à AB des paralleles, qui seront les perspectives de AH, C*c*, I*i*, etc.... O*o*, de la figure 136, et qui, par leurs intersections avec les courbes de la figure 137, donneront la perspective des divisions de la figure originale 136; tracez dans l'espace renfermé par les courbes de la figure 137 le plafond ou dessin quelconque, comme je l'ai indiqué à la figure 53 de ce volume, en se servant

sur-tout d'une distance égale à l'éloignement de l'œil au plan ABEH de la figure 136; transportez ensuite chaque partie de ce dessin dans la division de la voûte qui lui convient, vous aurez sur cette même voûte un dessin qui à l'œil placé en D paroîtra parfaitement égal au dessin original contenu dans l'espace renfermé par les courbes de la figure 137.

Si les divisions formées par les joints et les assises des pierres de la voûte étoient trop grandes pour que le dessin pût y être tracé avec exactitude, alors on meneroit des lignes intermédiaires qui, diminuant la grandeur des divisions de la voûte, diminueroit aussi la grandeur des divisions perspectives, et rendroit beaucoup plus exacte la perspective du dessin original.

Si des points C, K, I, M, N, O vous menez des rayons à l'œil D (fig. 136), ces rayons, par leurs intersections avec AB, donneront les perspectives des lignes CO, IN, KM, et conséquemment les lignes *nc*, *oi*, *vk* de la figure 137.

DÉMONSTRATION.

L'œil étant placé au milieu de la voûte, le point F de la figure 137 est celui où le plan ABEH seroit coupé par une verticale menée de l'œil D; conséquemment le point F est le point de fuite des lignes AA', CC², II², KK², L*h* (définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); les lignes C*c*, I*i*, etc... O*o*, de la figure 136 étant paralleles au tableau et à la ligne AH, leurs perspectives sont géométralement paralleles entre elles et à la ligne AH (coroll. 4ᵉ, définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); conséquemment les lignes *n*-2, *o*-3, *v*-4, etc... *c*-8, paralleles à AH (fig. 137), sont les perspectives des lignes C*c*, I*i*, K*k*, etc... O*o*, de la figure 136; la demi-circonférence S*gs* étant dans le plan vertical qui passe par l'œil, sa perspective sur le plan ABEH est une ligne droite, puisque l'intersection de deux plans est une ligne droite.

Étant données une coupole, la place et la hauteur de l'œil, tracer la perspective d'un dessin quelconque, l'œil étant supposé dans la verticale qui passe par le sommet.

PRATIQUE.

L'opération devient beaucoup plus simple lorsqu'au lieu de tracer des lignes dans la coupole on se sert de lignes qui sont formées par les joints et les assises des pierres.

Soit donc AC^5BWX une section verticale par le sommet et un des diametres de la coupole, soit D la place de l'œil, soient AB, A^1B^1, A^2B^2, A^3B^3, A^4B^4 les diametres des circonférences qui forment les assises des pierres; menez les rayons A^1D, A^2D, A^3D, A^4D, qui, par leurs sections avec AB, donneront les perspectives C-1, C-2, C-3, C-4 des rayons des circonférences que forment les assises.

On peut encore obtenir la perspective de ces rayons en traçant la perspective des diametres A^1B^1, A^2B^2, etc... A^4B^4; des points A^1, A^2, A^3, A^4, B^4, etc.... B, abaissez des perpendiculaires sur AB; des points *i*, *b*, *c*, *h*, *p*, *n*, *m*, *o*, où ces perpendiculaires coupent la ligne AB, menez à l'œil D les lignes *i*D, *b*D, *c*D, *h*D, etc.... *o*D, qui seront les perspectives indéfinies des lignes iA^1, bA^2, cA^3, hA^4, etc.... oB^1. Il ne faut plus que déterminer la longueur perspective de ces lignes.

Des points *o*, *m*, *n*, *p*, comme centre, et des rayons oB^1, mB^2, nB^3, pB^4 décrivez des arcs de cercle qui amenent les points B^1, B^2, B^3, B^4 sur la ligne AB aux points b^1, b^2, b^3, b^4; par l'œil D menez parallèlement à AB une ligne *xy*; faites sur cette ligne DD^1 égale à la hauteur DC de l'œil jusqu'à la naissance de la voûte des points b^1, b^2, b^3, b^4; menez les rayons b^1D^1, b^2D^1, b^3D^1, b^4D^1, qui, par leurs sections avec les lignes *o*D, *m*D, *n*D, *p*D, donne-

ront les points *s*, *r*, 6, 8, par lesquels des lignes *rv*, *sq*, 6-5, 8-7 donneront les perspectives des diametres A^1B^1, A^2B^2, A^3B^3, A^4B^4; faites passer par l'œil une verticale; sur cette ligne prenez un point quelconque F (fig. 139), par ce point menez EM parallele et égale à AB; du point F, comme centre, et d'un rayon égal à CA de la figure 138 décrivez la circonférence LHMP; du point F, comme centre, et d'un rayon égal à C-1 de la figure 138 décrivez la circonférence STUV, qui sera la perspective de la circonférence qui a A^1B^1 pour diametre; du point F, comme centre, et d'un rayon égal à C-2 (figure 138) décrivez la circonférence *abce* de la figure 139, qui sera la perspective de la circonférence qui a A^2B^2 pour diametre; du point F, comme centre, et d'un rayon égal à C-3 (figure 138) décrivez (fig. 139) une circonférence *hkgp*, qui sera la perspective de la circonférence dont A^3B^3 (fig. 138) est le diametre; du point F, comme centre, et d'un rayon égal à C-4 (fig. 138) décrivez (fig. 139) une circonférence *mnop*, qui sera la perspective de la circonférence dont A^4B^4 (fig. 138) est le diametre; divisez la circonférence ABCEHIKLMNOP de la figure 139 en un nombre de parties égales à celui suivant lequel la coupole se trouve partagée par les joints des pierres; de ces points de division menez les diametres HP, GO, KN, EM, RL, QI, qui diviseront en douze parties chacune des circonférences perspectives, et qui par conséquent donneront les perspectives des divisions de la coupole sur le plan qui passe par la naissance de la voûte; tracez dans l'espace que contiennent les circonférences perspectives de la figure 139 un plafond ou un dessin quelconque, en employant la méthode que j'ai donnée à la page 96 et suivantes de ce volume, et en se servant sur-tout de la distance DC de l'œil au plan qui passe par la naissance de la voûte. Si l'on transporte les parties du dessin

contenues dans les divisions perspectives de la figure 139 à pareille place dans les divisions géométrales de la coupole, le dessin ou plafond se trouvera tracé, et paroîtra à l'œil placé en D parfaitement semblable au dessin original contenu dans les divisions de la figure 139.

DÉMONSTRATION.

Le plan vertical qui forme la section AC^5B passant par l'œil D, les rayons A^1D, A^2D, A^3D, A^4D, C^5D sont contenus dans ce plan, puisqu'ils ont chacun deux points dans ce même plan, les lignes C-4, C-3, C-2, C-1 sont perspectivement égales aux lignes A^4C^4, A^3C^3, A^2C^2, A^1C^1, puisqu'elles sont des paralleles perspectives comprises entre paralleles perspectives; les lignes C-4, C-3, C-2, C-1 sont donc les perspectives des rayons A^4C^4, A^3C^3, A^2C^2, A^1C^1; les perspectives des circonférences qui ont ces lignes pour rayons doivent être des circonférences, puisque le plan qui passe par la naissance de la voûte et qui doit recevoir ces perspectives est parallele à ces mêmes circonférences (coroll. 6ᵉ, définit. 11ᵉ, t. 1ᵉʳ); les arêtes des coupoles formées par les joints des pierres étant toutes dans des plans verticaux qui passent par l'œil, leurs perspectives sont des lignes droites; et comme ces plans verticaux passent par les diametres de la circonférence qui fixe la naissance de la voûte, il en résulte que ces diametres sont les perspectives des arêtes formées dans la voûte par les joints des pierres.

Quoiqu'il soit plus naturel de placer l'œil perpendiculairement au-dessous du sommet de la voûte, il peut cependant arriver que des circonstances forcent à le placer autrement; alors on construira la perspective comme dans la figure suivante.

Étant données une coupole, la place et la hauteur de l'œil, construire la perspective d'un dessin aussi donné, l'œil n'étant pas dans la verticale qui passe par le sommet de la voûte.

PRATIQUE.

Fig. 140. Soit AC^6BN une section verticale de la voûte, cette section passant par l'œil D^2; l'œil n'étant pas dans la verticale qui passe par le sommet, la verticale qu'on meneroit alors de l'œil ne passeroit pas par le centre de chacune des circonférences formées par les assises des pierres. Il faut donc chercher les perspectives des centres de ces circonférences.

Menez parallèlement à AB des lignes A^1B^1, A^2B^2, A^3B^3, A^4B^4, A^5B^5, qui seront les intersections du plan vertical qui coupe la voûte, et des cercles formés par les assises des pierres, et qui conséquemment seront les diametres des circonférences qui les terminent; du point C, milieu de AB, menez une verticale prolongée indéfiniment; cette verticale, par ses intersections avec les diametres des circonférences, donnera les points C, C^1, C^2, C^3, C^4, C^5, qui seront les centres de tous ces cercles. Pour déterminer la perspective des points C, C^1, C^2, C^3, C^4, C^5 menez de chacun de ces points les rayons visuels C^1D^2, C^2D^2, C^3D^2, C^4D^2, C^5D^2, qui, par leurs intersections avec le diametre AB, donneront les points 1, 2, 3, 4, 5, qui seront les perspectives des points C, C^1, C^2, C^3, C^4, C^5 sur le plan horizontal qui passe par la naissance de la voûte; des points B^1, B^2, B^3, B^4, B^5 menez des rayons B^1D^2, B^2D^2, B^3D^2, B^4D^2, B^5D^2, qui, par leurs intersections avec le même diametre AB, donneront les points b^1, b^2, b^3, b^4, b^5 perspectives des points B^1, B^2, B^3, B^4, B^5, et par conséquent les grandeurs $5b^1$, $4b^2$, $3b^3$, $2b^4$, $1b^5$ pour la perspective des rayons B^1C^1, B^2C^2, B^3C^3, B^4C^4, B^5C^5; des points A et B menez

à AB des perpendiculaires indéfinies; par un point quelconque A de l'une de ces perpendiculaires (fig. 141) menez une ligne AK parallele au diametre AB de la figure 140; des points 7, 1, 2, 3, 4, 5, b^5, C, b^4, b^3, b^2, b^1, D^2 de cette même figure menez à AM des paralleles prolongées jusqu'à ce qu'elles coupent la ligne AK de la figure 141 aux points 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, *l*, T, R et P^1; du point 1, comme centre, et d'un rayon égal à 1-7 (fig. 141) décrivez une circonférence *gt-7-u*, qui sera la perspective de la circonférence dont A^5B^5 (fig. 140) est le diametre; du point 2, comme centre, et d'un rayon 2-9 (fig. 141) décrivez une circonférence *pn-9-k*, qui sera la perspective de la circonférence dont A^4B^4 (fig. 140) est le diametre; du point 3, comme centre, et d'un rayon 3*l* (fig. 141) décrivez une circonférence *lfqcr*, qui sera la perspective de la circonférence dont A^3B^3 (fig. 140) est le diametre; du point 4, comme centre, et d'un rayon 4T (fig. 141) décrivez une circonférence T*evo*, qui sera la perspective de la circonférence dont A^2B^2 (fig. 140) est le diametre; du point 5, comme centre, et d'un rayon 5R (figure 141) décrivez une circonférence R*ha*S, qui sera la perspective de la circonférence dont A^1B^1 est le diametre; divisez chacune de ces circonférences en un nombre de parties égales à celui suivant lequel la coupole se trouve partagée par les arêtes que forment les joints des pierres. Dans cette figure j'ai supposé la coupole divisée en douze parties, conséquemment les circonférences de la figure 141 sont aussi divisées chacune en douze parties, par lesquelles faisant passer des courbes, ces courbes seront les perspectives des arêtes formées par les joints des pierres, et, par leurs intersections avec les circonférences, donneront les perspectives des divisions géométrales de la voûte. Construisez dans l'espace renfermé par les circonférences de la figure 141 un plafond ou dessin quelconque, en

employant la méthode que j'ai donnée à la page 96 et suivantes de ce volume, et en employant sur-tout la distance D^2O de l'œil au plan qui passe par la naissance de la voûte. Si l'on transporte les parties du dessin contenues dans les divisions perspectives de la figure 141 à pareille place dans les divisions géométrales de la coupole, le plafond ou dessin se trouvera tracé, et paroîtra à l'œil placé en D^2 parfaitement semblable au dessin original contenu dans les divisions de la figure 141.

Si les divisions formées dans la voûte par les lignes des joints des pierres et les circonférences des assises étoient beaucoup trop grandes pour que le dessin puisse y être construit avec exactitude, alors on meneroit des lignes intermédiaires, qui diminueroient la grandeur des divisions géométrales, et conséquemment la grandeur des divisions perspectives.

DÉMONSTRATION.

L'œil n'étant pas dans la verticale qui passe par le sommet de la voûte, tous les centres des circonférences originales ne sont pas sur une même ligne; conséquemment la perspective de ces centres ne se trouve pas sur un seul point comme dans la figure 139; les perspectives des circonférences originales de la voûte ne sont donc pas concentriques, au contraire elles ont chacune un centre particulier qui se trouve déterminé sur la ligne AB par l'intersection des rayons visuels qui partent des points C^1, C^2, C^3, C^4, C^5, C^6; les rayons $1b^5$, $2b^4$, $3b^3$, $4b^2$, $5b^1$, sont perspectivement égaux aux rayons C^5B^5, C^4B^4, C^3B^3, C^2B^2, C^1B^1, puisque ces rayons sont des paralleles perspectives comprises entre paralleles perspectives; puisque la perspective est construite sur un plan horizontal qu'on suppose passer par la naissance de la voûte, les circonférences formées par les assises des pierres étant horizontales, se trouvent paralleles à ce plan;

conséquemment leurs perspectives sont aussi des circonférences (corollaire 6e, définition 11e, t. 1er); tous les points des arêtes formées par les joints des pierres n'étant pas dans un même plan, comme à la figure 139, les perspectives de ces arêtes ne sont pas des lignes droites; il n'y a seulement que celle qui se trouve dans le plan vertical AC^{6}B qui passe par l'œil D^2.

Si la surface de la voûte se trouvoit formée par une toute autre courbe, l'opération seroit toujours la même.

FIN DE LA DIXIEME PARTIE.

ONZIEME PARTIE.

DES PROPRIÉTÉS DES LIGNES HARMONIQUES.

DÉFINITION 1re.

Une ligne AB divisée en trois parties par les points C et D, de maniere que la ligne entiere AB soit à l'une de ses parties extrêmes AC comme l'autre partie extrême DB est la partie du milieu CD, ou, ce qui est la même chose, le rectangle formé par la ligne entiere AB et la partie du milieu CD étant égal au rectangle fait avec les deux parties extrêmes AC et DB, cette ligne AC est alors divisée harmoniquement aux points A, B, C, D.

PROPOSITION PREMIERE.

Une ligne étant donnée, la diviser harmoniquement.

PRATIQUE.

Fig. 143. Soit AB la ligne donnée, C un de ses points de division, il faut trouver entre C et B un autre point D qui divise harmoniquement la ligne AB.

D'un point E, pris hors de la ligne AB, menez les deux lignes EA, EB; par le point donné C menez une ligne GF parallele à BE; faites GC égale à CF; menez GE, qui coupera la ligne AB au point D; alors la ligne AB sera divisée harmoniquement aux points A, B, C, D.

DÉMONSTRATION.

Par les triang. sembl. AEB, AFC, AB:AC::EB:FC=CG;
par les triang. sembl. BED, GCD, BD:DC::EB:CG;
à cause du rapport commun, AB:AC::BD:DC.

Conséquemment AB est divisée harmoniquement aux points A, B, C, D.

Si on veut que le point cherché tombe entre A et C, par le point C menez *gf* parallele à EA, et coupant le côté EB au point *f*, faites C*g* égale à C*f*; menez *g*E, qui coupera AB au point *d*, par lequel la ligne AB sera divisée harmoniquement aux points A, *d*, C, B.

La démonstration de cette construction est la même que celle de la proposition premiere.

Trois points successifs d'une ligne qu'on veut diviser harmoniquement étant donnés, le quatrieme, qui doit être un point extrême, se trouvera de la même maniere. Je suppose donc que les trois points donnés soient A, *d*, C, et que le point demandé soit B; par le point C menez *gf* parallele à EA, et coupant E*d* en *g*, faites C*f* égale à C*g*; menez E*f*, qui, par son intersection avec AC prolongée, donnera le point demandé B.

Si les points B, C, *d* étant donnés on demandoit le point A, la construction seroit la même.

COROLLAIRE Ier.

La partie moyenne CD d'une ligne divisée harmoniquement doit toujours être plus petite que chacune des parties extrêmes AC, DB.

DÉMONSTRATION.

Par les triang. sembl. EDB, CDG, DB:DC::BE:CG=CF.
Je vais d'abord démontrer que la partie moyenne DC ne

peut être égale à aucune des parties extrêmes AC, DB. Si l'on suppose DC égale à DB par la proposition, BE sera égale à CF, CB et FE seront paralleles, et conséquemment elles ne se couperont point; on ne pourra donc pas trouver la partie extrême CA, qui termine la division harmonique.

Si l'on suppose maintenant que la partie moyenne DC soit plus grande que DB, CF sera alors plus grande que BE; les deux lignes CB et FE convergeront au-delà du point B, et la partie DB, qu'on a supposée la plus petite, deviendra la partie du milieu de la ligne, ou bien la partie moyenne.

COROLLAIRE 2ᵉ.

Une ligne AB et un point C dans cette ligne étant donnés, on peut toujours trouver un quatrieme point D ou *d*, qui termine la division harmonique; car quelle que soit la place du point C entre A et B, il est toujours possible de mener une ligne C*f* ou CF parallele à BE ou AE, et coupant AE ou BE en un point F ou *f*; alors le point D ou *d* se déterminera comme à la proposition premiere.

PROPOSITION IIᵉ.

Si deux lignes divisées harmoniquement, étant appliquées l'une sur l'autre, conviennent dans trois de leurs points, le quatrieme point de chacune de ces lignes conviendra nécessairement, pourvu que ce point termine une des parties extrêmes ou la partie du milieu.

DÉMONSTRATION.

Fig. 142. Supposez que les deux lignes données AB et *ab* soient appliquées l'une sur l'autre, et que les points A, B, C de

l'une conviennent avec les points a, b, c de l'autre, c'est-à-dire que les parties extrêmes AC et ac, et les lignes entieres AB et ab conviennent parfaitement; il faut démontrer que les points D et d se conviendront, et que par conséquent toutes les divisions de chacune des deux lignes s'appliqueront exactement l'une sur l'autre.

Les deux lignes AB et ab étant harmoniquement divisées,
on a, $AB : AC :: DB : DC$;
de même, $ab : ac :: db : dc$;
mais $AB = ab$, et $AC = ac$; ainsi $DB : DC :: db : dc$.
Par addition on a, $DB + DC : DC :: db + dc : dc$,
$DB + DC = CB$, $db + dc = cb$; ainsi $CB : DC :: cb : dc$;
mais $CB = cb$ par supposition; ainsi $cb : DC :: cb : dc$;
par conséquent $DC = dc$,
et les points D et d coïncident parfaitement.

Supposez maintenant que les points A, C, D de la ligne AB coïncident avec les points a, c, d, c'est-à-dire que les parties extrêmes AC et ac et les parties du milieu CD et cd des deux lignes AB et ab coïncident; il faut démontrer que les points B et b de ces deux lignes coïncideront aussi.

Les lignes AB et ab étant harmoniquement divisées,
on a pour la ligne AB, $AC : CD :: AB : DB$;
on a pour la ligne ab, $ac : cd :: ab : db$;
$AC = ac$, $CD = cd$ par supposit.; donc $AB : DB :: ab : db$.
Par soustraction on a, $AB - DB : DB :: ab - db : db$;
ainsi on a, $AD : DB :: ad : db$;
mais $AD = ad$ par supposit.; ainsi $ad : DB :: ad : db$;
conséquemment $DB = db$.
Ainsi les points B et b coïncident.

On démontreroit de la même maniere que si les points C, D, B de la ligne AB coïncident avec les points c, d, b de la

ligne *ab*, les points A et *a* de ces mêmes lignes coïncideront.

DÉFINITION 2[e].

Fig. 144. Une ligne AB étant divisée harmoniquement aux points A, B, C, D; si d'un point quelconque V hors de cette ligne on mene les droites VA, VB, VC, VD par les points de division de la ligne AB, ces droites prolongées indéfiniment des deux côtés du point V sont appelées *lignes harmoniques*.

DÉFINITION 3[e].

Fig. 145. Une ligne AB étant harmoniquement divisée aux points A, B, C, D; si de ces mêmes points A, B, C, D on mene des paralleles qui fassent avec AB un angle quelconque, ces quatre lignes se nomment *paralleles harmoniques*.

PROPOSITION III[e].

Fig. 145. Quatre paralleles harmoniques A*a*, C*c*, D*d*, B*b*, formées par une ligne AB divisée harmoniquement aux points A, B, C, D, étant coupées par une autre ligne *ab*, cette même ligne *ab* sera harmoniquement divisée par ses intersections avec les paralleles A*a*, C*c*, D*d*, B*b*.

DÉMONSTRATION.

Si les deux lignes AB et *ab* étoient paralleles, il est évident qu'elles seroient divisées, suivant la même proportion, par les paralleles harmoniques, puisque leurs parties correspondantes seroient égales comme paralleles comprises entre paralleles. Si les deux lignes AB et *ab* se coupent en un point quelconque *x* au-dehors ou au-dedans des lignes harmoniques, je dis que la ligne *ab* est harmoniquement divisée: en effet les

triangles A*xa*, C*xc*, D*xd*, B*xb* sont semblables; conséquemment les deux lignes AB et *ab* sont coupées proportionnellement aux points A, B, C, D, *a*, *b*, *c*, *d* par les paralleles A*a*, C*c*, D*d*, B*b*; mais la ligne AB est, par supposition, divisée harmoniquement; par conséquent les parties de la ligne *ab* ayant entre elles la même proportion que les parties de la ligne AB, la ligne *ab* est aussi divisée harmoniquement.

PROPOSITION IV[e].

Fig. 146. Une ligne AB étant divisée en deux parties égales au point C; si d'un point quelconque V hors de cette ligne on mene les trois lignes VA, VC, VB, qui coupent la ligne AB aux points A, B, C, et que du même point V on mene une autre ligne VF parallele à AB, les quatre lignes VA, VC, VB, VF, prolongées de part et d'autre du point V, seront des lignes harmoniques.

DÉMONSTRATION.

Menez BF, qui coupera les quatre lignes VA, VC, VB, VF aux points E, D, B, F, et par le point D menez HL parallele à AB, cette ligne AB sera coupée en deux parties égales au point D, puisque, par construction, AC égale CB.

Par les triang. sembl. BVF, BLD, FB:DB::FV:DL=HD;
par les triang. semb. FEV, HED, FV:HD::FE:ED;
à cause du rapport commun, FB:DB::FE:ED.

La ligne FB est donc divisée harmoniquement aux points F, B, E, D; conséquemment les lignes VA, VC, VB, VF sont des lignes harmoniques.

PROPOSITION V^e^.

Fig. 147. Un angle AVB étant divisé en deux parties égales par la ligne VC; si du sommet V de cét angle on mene une ligne VF perpendiculaire à VC, les quatre lignes VA, VC, VB, VF seront des lignes harmoniques.

DÉMONSTRATION.

Par le point C menez AB perpendiculaire à VC; les triangles VCA, VCB étant égaux, la ligne AB est divisée en deux parties égales au point C; mais AB étant perpendiculaire à VC, est parallele à VF, conséquemment les droites VA, VC, VB, VF sont des lignes harmoniques (proposition 4e).

PROPOSITION VIe.

Fig. 146. Quatre lignes harmoniques VF, VE, VD, VB, formées par la ligne FB divisée harmoniquement aux points F, B, D, E, étant coupées par une ligne *fb* parallele à FB, cette même ligne *fb* sera aussi harmoniquement divisée aux points *f, b, d, e.*

DÉMONSTRATION.

Les deux lignes FB et *fb* étant paralleles, sont coupées proportionnellement par les lignes VF, VA, VC, VB; la ligne *fb* est donc divisée aux points *f, e, d, b*, suivant la même proportion que la ligne FB aux points F, E, D, B; mais la ligne FB est, par construction, harmoniquement divisée aux points F, E, D, B; conséquemment la ligne *fb* est aussi divisée harmoniquement aux points *f, e, d, b.*

PROPOSITION VIIᵉ.

Fig. 146. QUATRE lignes harmoniques VF, VA, VC, VB, formées par une ligne *fb* divisée harmoniquement aux points *f*, *b*, *d*, *e*, se rencontrant en un point V; une ligne HL, parallele à une des lignes harmoniques VF, coupera les trois autres, et sera divisée par elles en deux parties égales au point D.

DÉMONSTRATION.

D'abord il est évident que la ligne HL doit couper les trois harmoniques VA, VC, VB, puisque cette ligne HL n'est parallele à aucune de ces trois lignes.

Par le point D, milieu de HL, menez FB parallele à *fb;* alors FB sera divisée harmoniquement aux points F, E, D, B (proposition 6ᵉ).

Par les triangl. semblables FVE, EHD,	FV:HD::FE:ED;
par les triangl. semblables FVB, DLB,	FV:DL::FB:DB;
FB étant divisée harmoniquement,	FE:ED::FB:DB;
à cause des rapports communs,	FV:HD::FV:DL;
ainsi	HD=DL.

Conséquemment la ligne HL coupe les trois harmoniques, et est coupée par elles en deux parties égales au point D.

COROLLAIRE.

Si l'angle que font deux lignes harmoniques qui ne sont pas successives est droit, l'angle compris entre les deux autres lignes harmoniques est divisé en deux parties égales par la ligne intermédiaire VC.

DÉMONSTRATION.

VF et VD étant perpendiculaires, HL, menée parallèlement

à VF, sera aussi perpendiculaire à VD; mais (par la proposition 7ᵉ) HL étant divisée en deux parties égales au point D, les triangles rectangles VDH et VDL sont semblables, et les angles DVH, DVL sont égaux; conséquemment l'angle EVB est divisé en deux parties égales par la ligne VD.

PROPOSITION VIIIᵉ.

Fig 146. Quatre lignes harmoniques VA, VC, VB, VF, qui concourent en un point V, étant coupées en quelque place que ce soit par une ligne FB, cette ligne sera divisée harmoniquement aux points F, E, D, B.

DÉMONSTRATION.

Par un point quelconque des divisions de la ligne FB, comme, par exemple, le point D, menez HL parallele à une des lignes harmoniques, comme, par exemple, VF, de maniere que le point D puisse être entre H et L; alors la ligne HL sera divisée en deux parties égales au point D (proposition 7ᵉ).

Par les triang. sembl. FVE, EHD, FE:ED::FV:HD=DL;
par les triang. sembl. FVB, DLB, FB:DB::FV:DL;
à cause du rapport commun, FE:ED::FB:DB.

Conséquemment FB est divisée harmoniquement aux points F, E, D, B.

COROLLAIRE Iᵉʳ.

Fig. 148 *et* 149. Si dans une ligne originale on prend une partie quelconque AB, qu'on la divise en deux parties égales au point C, qui n'est pas celui où la ligne originale AB rencontre le plan qui passe par l'œil parallèlement au tableau, la perspective totale ou indéfinie de cette ligne sera divisée harmonique-

ment par la perspective des points A, B, C et le point de fuite F de la ligne originale.

DÉMONSTRATION.

Le plan qui passe par l'œil I et la ligne PC contient les rayons qui partent de chacun des points de la ligne PC; la ligne PF, suivant laquelle ce plan coupe le tableau, est conséquemment la perspective indéfinie de la ligne PC (fin de la page 12, t. 2); la ligne IF étant parallele à PC, le point F, où la ligne IF coupe la ligne PF, est nécessairement le point de fuite de la ligne PC (défin. 11[e], t. 1[er]). Soit AB la partie de la ligne originale, et C le point qui divise cette ligne en deux parties égales, puisque AC égale CB, les lignes IA, IC, IB et IF sont des lignes harmoniques, puisque la ligne IF, qui détermine le point de fuite, est toujours parallele à la ligne originale (proposition 4[e]); conséquemment la perspective PF, qui coupe les quatre lignes harmoniques, est harmoniquement divisée aux points *a*, *b*, *c*, F (proposition 8[e])

COROLLAIRE 2[e].

Fig. 150 *et* 151. Si dans la perspective totale d'une ligne on prend une partie quelconque *ab*, et qu'on la divise en deux parties égales en *c*, l'originale indéfinie de cette ligne sera harmoniquement divisée aux points A, C, B, K par les rayons prolongés I*a*, I*c*, I*b*, et la ligne IK, menée de l'œil parallèlement au tableau; et de même pour l'inverse de cette proposition.

DÉMONSTRATION.

La ligne *ab* étant divisée en deux parties égales en *c*, et la ligne IK lui étant parallele, les lignes I*a*, I*b*, I*c*, IK sont des lignes harmoniques (proposition 4[e]); conséquemment l'origi-

nale indéfinie KP, qui coupera les quatre harmoniques, est divisée harmoniquement aux points A, B, C, K (proposit. 8e).

COROLLAIRE 3e.

Fig. 152. Si l'un ou l'autre des points A, B, C de la ligne originale est le point où la ligne menée de l'œil parallèlement à la perspective totale coupe la ligne originale, la perspective sera coupée en deux parties égales par les perspectives *c*, *b* des deux autres points C, B, et par le point de fuite *x* de la perspective de la ligne originale.

DÉMONSTRATION.

La ligne IK est une des harmoniques à laquelle la perspective totale est parallele; conséquemment cette perspective totale coupe les trois autres harmoniques, et est divisée en deux parties égales par ces trois harmoniques (proposition 7e).

COROLLAIRE 4e.

Fig. 153. Si une ligne est harmoniquement divisée aux points A, B, C, D, dont aucun n'est celui où la ligne originale est coupée par une ligne menée de l'œil parallèlement à la perspective totale de la ligne originale, la perspective totale sera divisée harmoniquement par les pesrpectives *a*, *c*, *d*, *b*, perspectives des points A, C, D, B; et réciproquement la perspective totale d'une ligne étant divisée harmoniquement aux points *a*, *b*, *c*, *d*, dont aucun n'est son point de fuite, l'originale sera aussi divisée harmoniquement par les originaux des points perspectifs *a*, *b*, *c*, *d*.

DÉMONSTRATION.

Les lignes IA, IC, ID, IB étant harmoniques (définit. 2e), la perspective totale P*x* prolongée, qui les coupe toutes les

quatre, est harmoniquement divisée aux points *a*, *b*, *c*, *d*. Même démonstration pour l'inverse.

COROLLAIRE 5e.

Si l'on regarde l'une ou l'autre extrémité d'une ligne divisée harmoniquement comme le point de fuite de cette ligne, les deux parties qui sont les plus éloignées de cette extrémité représenteront des lignes égales.

Ce corollaire est une suite de l'inverse du second.

PROPOSITION IXe.

Deux lignes harmoniquement divisées se coupant en un des points de division, si du second point de divisision, à partir du point commun, on mene une ligne qui passe par le second point de division de la seconde ligne, et que l'on joigne les autres points de division par des droites, ces lignes prolongées se rencontreront en un point, ou bien elles seront paralleles.

Fig. 154 *et* 155. Soient d'abord ACDB, A*cdb* les deux lignes harmoniquement divisées et se coupant au point A un point de division commun aux deux lignes. Joignez les points *d* et D par la ligne *d*D; joignez aussi les points *c* et C par la ligne *c*C; prolongez *d*D et *c*C jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en V, ce qui arrivera toujours lorsque ces lignes ne seront point paralleles; du point V au point B (le dernier point de division de AB) menez VB: je dis que cette ligne prolongée, s'il est nécessaire, passera par le point *b*, dernier point de division de A*b*.

DÉMONSTRATION.

Si VB ne passe pas par le point *b* de la ligne A*b*, supposez

qu'elle coupe cette même ligne en un point quelconque *x*; mais comme la ligne ABCD est divisée harmoniquement par ses points intermédiaires, les lignes VA, VC, VD, VB*x* sont des lignes harmoniques; conséquemment la ligne A*cdx* est harmoniquement divisée par ces lignes (proposition 8ᵉ); mais A*cdb* est, par supposition, harmoniquement divisée par ses points intermédiaires; les lignes A*cdb*, A*cdx*, qui ont trois points communs, ont le quatrieme *b* et *x*, qui se trouve différent, ce qui (par la proposit. 2ᵉ) ne peut pas avoir lieu; conséquemment les points *x* et *b* coïncident, et la ligne *b*B doit nécessairement passer par le point V.

Fig. 154, 155 *et* 156. Ayant mené la ligne *d*D, comme à la proposition 9ᵉ, joignez par la ligne C*b* les points contraires C et *b* des deux lignes A*b* et AB, cette ligne C*b* doit nécessairement couper *d*D en un point quelconque W; menez BW: je dis que cette ligne prolongée, s'il est nécessaire, passera par le point *c* de la ligne AB.

DÉMONSTRATION.

Si BW ne passe pas par le point *c*, supposez qu'elle coupe la ligne A*b* en un point quelconque *y*; la ligne ACDB étant divisée harmoniquement, les lignes WA, WC, WD, WB*y* sont des lignes harmoniques; ainsi A*ydb* est harmoniquement divisée par ces lignes (proposition 8ᵉ); mais la ligne A*cdb* est, par supposition, harmoniquement divisée aux points *a*, *c*, *d*, *b*; cette ligne ayant trois points A, *d*, *b* communs à la ligne A*ydb*, leurs quatriemes points *c* et *y* sont parfaitement les mêmes, et conséquemment doivent coïncider (proposit. 2ᵉ).

Fig. 156. Les mêmes conditions étant supposées, et les

points D et *d* joints comme dans les figures précédentes, si une ligne C*c*, menée par les premiers points de division de chacune des lignes AB et A*b*, en partant de leur point commun A, est parallele à D*d*, alors une ligne B*b*, menée par les derniers points, à partir du point commun A, sera aussi parallele à D*d*.

DÉMONSTRATION.

Si B*b* n'est pas parallele à D*d*, supposez que B*x* soit cette parallele, et menez par le point A la droite A*a* parallele à D*d*; puisque la ligne ACDB est harmoniquement divisée, les paralleles D*d*, C*c*, A*a*, B*x*, qui passent par les points de divisions A, B, C, D de la ligne ABCD, sont des paralleles harmoniques, et conséquemment la ligne A*cdx* est harmoniquement divisée par ces paralleles (proposit. 3ᵉ); mais, par supposition, A*cdb* est harmoniquement divisée, et ces deux lignes A*cdx*, A*cdb* ont trois de leurs points qui coïncident, les quatriemes doivent nécessairement coïncider (proposition 2ᵉ), et par conséquent le point *x* s'applique sur le point *b*.

PROPOSITION Xᵉ.

Fig. 157. Une ligne AD étant divisée harmoniquement aux points A, B, C, D; si l'on joint deux parties consécutives AB et BC, et qu'on prenne le milieu *m* de ces deux parties réunies, alors *m*B, *m*C, *m*D seront en proportion continues, c'est-à-dire que l'on aura *m*B : *m*C :: *m*C : *m*D.

DÉMONSTRATION.

Faites A*d* égale à CD;
par la division harmonique, AB : BC :: AD : CD;
par addition on a, AB + BC : BC :: AD + CD : CD;

mais $AB+BC=AC$, et $AD+CD=dD$;
on a donc, $AC:BC::dD:CD$;
mais $\frac{1}{2}AC=mC$, et $\frac{1}{2}dD=mD$;
on a donc, $mC:BC::mD:CD$;
par soustraction, $mC-BC:mC::MD-CD:mD$;
mais $mC-BC=mB$, et $mD-CD=mC$;
on a donc, $mB:mC::mC:mD$.

Par conséquent, si l'on joint deux parties consécutives d'une ligné divisée harmoniquement, et qu'on prenne le milieu de la somme de ces deux parties, on aura la proportion continue, $mB:mC::mC:mD$.

COROLLAIRE 1er.

Les mêmes conditions existant, il faut démontrer qu'on aura, $BC:BD::Bm:AB$; en alternant les moyens de la troisieme proportion de la derniere démonstration,
on a, $mC:mD::BC:CD$;
par la derniere proportion, $mC:mD::mB:mC$;
mais $mC=mA$;
à cause du rapport commun, $BC:CD::mB:mA$;
par addition on a, $BC:BC+CD::mB:mB+mA$;
mais $BC+CD=BD$, et $mB+mA=BA$;
on a donc, $BC:BD::Bm:AB$.

COROLLAIRE 2e.

Les mêmes conditions continuant, il faut démontrer qu'on aura $CD:BD::mD:AD$; en alternant les termes de la premiere proportion du 1er corollaire,
on a, $mD:mC::CD:BC$;
par la division harmonique, $CD:BC::AD:AB$;
à cause du rapport commun, $mD:mC::AD:AB$;

par soustraction on a, $mD-mC:mD::AD-AB:AD$;
mais $mD-mC=CD$, et $AD-AB=BD$;
on a donc, $CD:mD::BD:AD$;
alternant les moyens, $CD:BD::mD:AD$.

COROLLAIRE 3e.

Avec les mêmes conditions il faut démontrer qu'on aura, $CD:BD::mA:BA$; alternant les termes de la derniere proportion du 1er corollaire,

on a, $BD:BC::BA:Bm$;
par soustraction on a, $BD-BC:BD::BA-Bm:BA$;
mais $BD-BC=CD$, et $BA-Bm=Am$;
on a donc, $CD:BD::mA:BA$.

COROLLAIRE 4e.

Les mêmes conditions ayant toujours lieu; si l'on fait Ae égale à AB, on aura cette proportion continue, $mD:AD::AD:eD$: par la troisieme proportion du 2e corollaire,

on a, $mD:mC::AD:AB$;
mais $mC=mA$, et $AB=Ae$;
on a donc, $mD:mA::AD:Ae$;
par addition on a, $mD:mD+mA::AD:AD+Ae$;
mais $mD+mA=AD$, et $AD+Ae=eD$;
par conséquent $mD:AD::AD:eD$.

PROPOSITION XIe.

Fig. 158. Si d'un point K, pris hors d'un cercle ABDE, on mene deux tangentes KD, KE, qu'on joigne les points D et E par la corde DE; je dis que si l'on mene par le point K une ligne quelconque Kb, qui coupe le cercle aux points a et b, et la corde

des tangentes DE en un point *c*, la ligne K*b* sera divisée harmoniquement aux points K, *a*, *c*, *b*.

DÉMONSTRATION.

Par le centre O du cercle donné, et par le point *o*, où la ligne K*b* coupe le cercle qui a servi à déterminer les tangentes, menez O*o*, l'angle KO*o* sera droit, puisqu'il a son sommet à la circonférence, et que ses côtés s'appuient sur les extrémités d'un diametre; et *ao* est égale à *ob*, puisque O*o* est perpendiculaire à K*b*, et passe par le centre O; elle doit nécessairement couper la corde *ab* en deux parties égales : les cordes dans le cercle se coupant en parties réciproques dans le cercle KDOE,

on a, K*c*:*c*D::*c*E:*co*;

par la même raison dans le cercle ADBE,

on a, *ac*:*c*D::*c*E:*cb*;

à cause du rapport commun, K*c*:*ac*::*co*:*cb*.

Mais les parties *ac* et *cb* réunies étant coupées en deux parties égales au point *o*, comme je viens de le démontrer, la ligne K*b* est harmoniquement divisée aux points K, *a*, *c*, *b* (proposition 10e, coroll. 1er).

COROLLAIRE.

Il suit de là que si l'on mene une ligne K*b*, qui coupe le cercle aux points *a* et *b*, cette ligne sera d'abord divisée harmoniquement aux points K, *a*, *b*, et *c*, où elle est coupée par la corde des tangentes du point K; je dis de plus que le point *c* est le seul point de la division de la ligne qui puisse appartenir à la corde des tangentes.

DÉMONSTRATION.

Dans la ligne K*b* trois points de la division de la ligne étant

déterminés, et K*a* étant prise comme une des parties extrêmes, il ne peut y avoir qu'un seul point entre *a* et *b* qui puisse compléter la division harmonique (proposition 2ᵉ); conséquemment ce point doit être celui où la ligne K*b* est coupée par la corde DE des tangentes menées du point K.

PROPOSITION XIIᵉ.

Fig. 159. Si dans un cercle ADBE on mene par le centre O de ce cercle une ligne KB, qui coupe en C la corde des tangentes menée du point K, et que d'un point L d'une ligne KL, perpendiculaire à KB, et conséquemment parallele à DE, on mene par le point C une ligne LG coupant le cercle ADBE aux points G et F, cette ligne LG sera harmoniquement divisée aux points L, F, C, G.

DÉMONSTRATION.

Du point K au point G menez la ligne KG, coupant le cercle aux points H et G, et la corde des tangentes au point N; menez ensuite CH; alors KG étant divisée harmoniquement aux points K, H, N, G (proposion 11ᵉ), les lignes CG, CN, CH, CK sont des lignes harmoniques (définit. 2ᵉ); du point H menez HF parallele à DE, une des lignes harmoniques, et coupant les trois autres CG, CK, CH aux points F, I, H; alors FH sera coupée par ces harmoniques en deux parties égales au point I (proposition 7ᵉ): mais FH étant perpendiculaire à AO, qui passe par le centre du cercle ADBE, et H étant un point de la circonférence, HF est conséquemment coupée au point I en deux parties égales par AO, et par conséquent F est un point de la circonférence comme dans la ligne harmonique KG: menez enfin KF; et puisque FH est coupée en deux

parties égales au point I, que FH et LK sont paralleles, KL, KF, KI, KH sont des lignes harmoniques (proposition 4ᵉ); conséquemment la ligne LG, qui coupe ces quatre harmoniques, est harmoniquement divisée aux points L, F, C, G (proposition 8ᵉ).

COROLLAIRE.

Il en résulte que la corde des tangentes d'un point quelconque L de la ligne LK doit passer par le point C, et qu'aucune ligne dans le cercle, excepté celle qui passe par le point C, ne peut être la corde des tangentes qui se réunissent en un point quelconque de la ligne KL.

DÉMONSTRATION.

D'un point quelconque de la ligne LK on peut mener par le point C une ligne quelconque qui sera divisée harmoniquement par ce point et par le cercle; et conséquemment la corde des tangentes, menée d'un point quelconque L, doit passer par le point C (coroll. de la proposit. 11ᵉ).

PROPOSITION XIIIᵉ.

Fig. 160. Si la corde *de*, passant par le point C, est la corde des tangentes menées du point L au cercle ABDE, et si du point L on mene deux lignes LG, L*g*, qui coupent le cercle aux points F, G et *f*, *g*, et la corde *de* aux points N et R, joignant les points F, *f* et G, *g* par les lignes F*f*, G*g*; ces lignes prolongées rencontreront *de* aussi prolongée en quelque point M hors du cercle, sinon elles seroient parallelès à cette même ligne *de*; joignant ensuite les points contraires G, *f* et F, *g* par les lignes G*f* et F*g*, ces lignes se couperont en un point *c* de la ligne *de*.

DÉMONSTRATION.

Puisque les lignes LG et L*g* sont harmoniquement divisées aux points L, G, F, N et L, *g*, *f*, R (proposition 11ᵉ), que le point de division L est commun à ces deux lignes, et que la ligne *de* joint les deux points N et R (le second point de division à partir du point commun L), conséquemment F*f* et G*g*, qui joignent les autres points de division, rencontreront *de* prolongée en quelque point M, ou elles lui seroient paralleles (proposition 9ᵉ) : par la même raison les lignes F*g* et *f*G, qui joignent les points contraires (et qui ne peuvent pas être paralleles), se couperont en quelque point *c* dans la ligne *de*; et il est évident, par la nature du cercle, que le point M doit être au-dehors, et le point *c* au-dedans.

PROPOSITION XIVᵉ.

Tout étant comme dans la proposition précédente, si les lignes F*f* et G*g* rencontrent la ligne *de* en un point quelconque M, la ligne D'E', menée du point L par le point *c*, sera la corde des tangentes au cercle ABDE menées du point M.

DÉMONSTRATION.

Puisque *de* est, par supposition, la corde des tangentes menées du point L, la ligne LG est harmoniquement divisée aux points L, G, F, N (proposition 11ᵉ); ainsi les lignes *c*G, *c*N, *c*F, *c*L, prolongées de part et d'autre du point *c*, sont des lignes harmoniques (définit. 2ᵉ); conséquemment MF et MG, qui coupent ces quatre harmoniques, sont elles-mêmes divisées harmoniquement par ces lignes aux points M, *f*, S, F et M, *g*, T, G (proposition 8ᵉ); conséquemment S, T sont des

points de la corde des tangentes menées du point M (corollaire, proposit. 11e); mais ces points sont dans la ligne D'E', qui est une des harmoniques; conséquemment D'E' est la corde des tangentes menées du point M.

COROLLAIRE 1er.

Il en résulte que toutes les lignes menées du point L à travers le cercle ABDE étant harmoniquement divisées par le cercle et la corde *de*, toutes les lignes menées du point M à travers le même cercle sont harmoniquement divisées par le même cercle ABDE et la corde des tangentes D'E'.

COROLLAIRE 2e.

Si on prend un point quelconque M sur la corde prolongée *de* des tangentes menées du point L, la corde des tangentes menées de ce même point M étant prolongée, passera par le point L.

DÉMONSTRATION.

Du point M menez une ligne quelconque coupant le cercle en G et *g*; du point L aux points G et *g* menez LG et L*g* coupant le cercle aux points F et *f*; alors une ligne F*f*, menée par les points F et *f*, rencontrera G*g* dans un point M de la corde *de* (proposition 13e); les lignes FG et *fg*, menées par les intersections F, G, *f*, *g* des lignes MF et MG avec le cercle, se couperont aussi en quelque point de la corde des tangentes menées du point M (proposition 13e); mais ces lignes, par construction, se rencontrent au point L; la corde des tangentes menées du point M doit donc passer par ce même point L.

PROPOSITION XVe.

Fig. 160. Tout étant comme dans la proposition précédente, si l'on mene la ligne LM, et que du centre O on abaisse à cette ligne une perpendiculaire OK qui la coupe au point K, cette ligne OK passera par le point *c*, et une ligne menée par ce point perpendiculairement à OK sera la corde des tangentes menées de ce même point K.

DÉMONSTRATION.

Construisez la corde *rn* des tangentes menées du point K, qui doit être perpendiculaire à KO, et doit couper cette ligne en un point quelconque *c* (proposition 4[e]).

LM étant, par construction, perpendiculaire à OK, la corde des tangentes menées d'un point quelconque L ou M de la ligne LM passe par le point *c* (corollaire, proposition 12[e]); mais *de* est, par supposition, la corde des tangentes menées du point L, et D'E' est la corde des tangentes menées du point M (proposition 14[e]); conséquemment le point *c*, où ces cordes se coupent, est le même que celui où la corde *rn* des tangentes menées du point K coupe la ligne OK.

PROPOSITION XVI[e].

Fig. 161. D'un point quelconque K, hors du cercle ADBE, menez une ligne KB, qui passe par le centre O de ce cercle; déterminez le point C, où la ligne KB est coupée par la corde des tangentes menées du point K, et par le point K menez LM perpendiculaire à KB; je dis que si l'on prend alors un point quelconque comme L dans la ligne LM, et qu'on prolonge la

corde *de* des tangentes menées du point L, jusqu'à ce qu'elle coupe LM en un point M, et que sur LM, comme diametre, on décrive une demi-circonférence LVM, cette dernière circonférence coupera KB en un point V, qui sera toujours le même, quelle que soit la place du point L sur la ligne LM.

DÉMONSTRATION.

Menez les lignes MO et LO; alors dans les triangles LKO, CNO, *de* étant perpendiculaire à LO, les angles CNO, LKO sont droits, et l'angle NOC, commun à ces deux triangles; conséquemment les deux triangles LKO, CNO sont semblables; dans les triangles CNO et CMK les angles aux points N et K sont droits, les angles KCM, NCO sont égaux comme opposés au sommet; ainsi ces deux triangles sont semblables, et conséquemment le triangle LKO est semblable au triangle CKM. A cause de la similitude de ces deux triangles,

on a donc, LK:KO::KC:KM;
la demi-circonférence LVM donne, LK:KV::KV:KM;
à cause du rapport commun, KC:KV::KV:KO.

Mais les points C et O de la ligne KB étant constamment les mêmes, quelle que soit la place du point L sur la ligne LM (corollaire de la proposition 12[e]), les lignes KO et KC doivent être constamment les mêmes; ces lignes étant constantes, la ligne KV, qui est moyenne proportionnelle entre elles, doit par conséquent être constante. Par la même raison le point V doit toujours être entre C et O.

COROLLAIRE I[er].

Il est évident que la demi-circonférence LVM passe aussi par les points N et R, où les lignes LO et MO coupent les cordes *de* et HP des tangentes menées des points L et M,

puisque les angles LNM, LRM sont droits, comme ayant leurs sommets à la circonférence, et leurs côtés appuyés sur les extrémités d'un diametre.

COROLLAIRE 2ᵉ.

Si l'on mene les deux lignes LV et MV, l'angle LVM est constamment droit, quelle que soit la place du point L sur la ligne LM.

COROLLAIRE 3ᵉ.

La ligne KV est égale à KE, tangente au cercle mené du point K. A cause des triangles semblables KCE, KEO,

on a, KC:KE::KE:KO;
par la proposit. 16ᵉ on a, KC:KV::KV:KO;
conséquemment KV=KE.

FIN DE LA ONZIEME PARTIE.

DOUZIEME PARTIE.

MÉTHODES POUR TRACER LA PARTIE VISIBLE DES CORPS TERMINÉS PAR DES SURFACES COURBES, ET CONSTRUIRE LA PARTIE ÉCLAIRÉE DE CES CORPS PAR UN POINT LUMINEUX QUELCONQUE.

D'un point donné hors du cercle mener deux tangentes à ce cercle.

PRATIQUE.

Fig. 162. Soit K le point donné, et ADBE le cercle auquel il faut mener deux tangentes.

Joignez le point donné K et le centre O du cercle par la ligne KO; du milieu de cette ligne, comme centre, et d'un rayon égal à la moitié de cette même ligne décrivez une demi-circonférence qui coupe la circonférence donnée aux points D et E; par ces points et le point K menez les lignes KD, KE, qui seront les tangentes demandées.

DÉMONSTRATION.

Menez OD, OE, la ligne KO étant le diametre du cercle KDOE, les angles KEO, KDO sont droits, comme ayant leurs sommets à la circonférence, et leurs côtés appuyés sur les extrémités du diametre KO; les lignes KD, KE sont donc perpendiculaires aux lignes OD, OE; mais OD, OE sont rayons du cercle donné ABDE; les lignes KD, KE sont donc perpen-

diculaires à l'extrémité de chacun des rayons OD, OE, et sont par conséquent tangentes au cercle ABDE.

COROLLAIRE.

La corde DE des tangentes est perpendiculaire au diametre KO, et est coupée en deux parties égales par ce même diametre.

DÉMONSTRATION.

Les deux côtés DO, EO étant égaux, les angles KDO, KEO droits, et le côté KO commun, les deux triangles KDO, KEO sont égaux; conséquemment les côtés KE, KD et les angles DKO, EKO sont égaux. Dans le triangle isoscele DKE la ligne KO divisant l'angle DKE en deux parties égales et passant par le centre du cercle ABDE, divise l'arc ADE, et conséquemment la corde DE en deux parties égales; DE étant divisée en deux parties égales au point C, la ligne CK a deux points C et K également éloignés des points D et E; ainsi KO est perpendiculaire sur DE, et conséquemment DE est perpendiculaire sur le diametre KO.

Étant données la perspective d'un diametre quelconque d'un cercle original, la perspective d'un point quelconque dans le prolongement de ce diametre, mener du point donné deux tangentes à l'ellipse formée par la perspective de ce cercle.

PRATIQUE.

Fig. 163. Soit *xy* la ligne de fuite du plan dans lequel se trouve le cercle, CD sa distance, AB la perspective du diametre donné, L la perspective du point donné dans le prolongement du diametre, et F le point de fuite de ce diametre.

Cherchez entre A et B un point Q, placé de maniere que

la ligne LB soit divisée harmoniquement aux points L, A, Q, B (par la proposition 1re des lignes harmoniques); prolongez AB jusqu'à son point de fuite F; menez FD et DF', qui lui soient perpendiculaires; joignez le point F' où la ligne DF' coupe la ligne de fuite *xy*, et le point Q par la ligne F'Q prolongée; par le point Q menez *ab* prolongée indéfiniment et parallele à *xy;* amenez le point D en D² sur la ligne de fuite *xy;* par le point D² et les points A et B menez les rayons D²A, D²B prolongés, qui, par leurs intersections avec *ab*, donneront les points *a* et *b* perspectives des points A et B, et conséquemment *ab* perspectivement égale à AB; sur *ab*, comme diametre, décrivez une demi-circonférence; au point Q élevez à *ab* une perpendiculaire QM, cette ligne sera moyenne proportionnelle entre *a*Q et Q*b;* à partir du point Q portez sur la ligne *ab* des grandeurs Q-1, Q-2 chacune égale à QM; amenez la distance F'D en F'D' sur la ligne de fuite *xy;* menez D'-1, D'-2 prolongées, qui, par leurs intersections avec F'Q prolongée, donneront les points *d* et *e* perspectives des points 1 et 2, et conséquemment *de* perspective de 1-2; par le point L et les points *d* et *e* menez les lignes L*d*, L*e*, qui seront les tangentes demandées.

DÉMONSTRATION.

Puisque la corde des tangentes menées du point original du point L au cercle original coupe la ligne originale de AB en un point placé de maniere que l'originale de la ligne LB est harmoniquement divisée par ce point et par les originaux des points L, A, B (proposition 11e des lignes harmoniques), la perspective LB est conséquemment harmoniquement divisée aux points L, A, Q, B par les perspectives de ces points originaux (corollaire 4e, proposition 8e des lignes harmoniques);

conséquemment le point Q entre A et B, qui complete la division harmonique de la ligne LB, est la perspective du point dans lequel l'original du diametre AB est coupé par la corde des tangentes menées de l'original du point L (proposition 2ᵉ des lignes harmoniques); mais la corde originale des tangentes étant perpendiculaire à l'original de AB, la corde perspective des tangentes est alors perspectivement perpendiculaire à AB, et doit conséquemment tendre au point de fuite F' des lignes perspectivement perpendiculaires à AB; ainsi F'Q prolongée est la perspective indéfinie de la corde des tangentes menées du point L. La demi-corde des tangentes étant moyenne proportionnelle entre les deux segments du diametre du cercle auquel elle est perpendiculaire, les deux lignes Q*e*, Q*d* étant perspectivement égales à QI, représentent les moyennes proportionnelles entre les originales de AQ et QB, et sont ensemble la perspective de la corde des tangentes; ainsi L*e* et L*d* sont les perspectives des tangentes menées au cercle du point original du point L, et sont conséquemment les tangentes menées du point L à l'ellipse formée par la perspective du cercle original.

Même construction pour la *figure* 164, où le point L se trouve au-delà du point de fuite F.

COROLLAIRE Iᵉʳ.

Fig. 165. Si le point L est un point de fuite, alors les originales des tangentes sont paralleles au diametre donné AB, et alors elles doivent toucher le cercle donné aux extrémités d'un diametre perpendiculaire au diametre donné.

Prolongez donc le diametre AB jusqu'à son point de fuite F; déterminez entre A et B un point Q placé de maniere que la ligne FB soit divisée harmoniquement aux points F, A, Q, B

(corollaire 1er, proposition 8e des lignes harmoniques); alors le point Q sera le centre perspectif du cercle: menez FD et F'D, qui lui soient perpendiculaires; par le point F' et le point Q menez F'Q prolongée, qui sera la perspective indéfinie du diametre par les extrémités duquel doivent passer les tangentes; au point Q menez une parallele à *xy;* ramenez FD en FD² sur la ligne de fuite *xy;* par les points A et B menez les rayons D²A et D²B prolongés, qui donneront *ab* perspectivement égale à AB; ramenez F'D en F'D' sur la ligne de fuite *xy;* menez D'*a*, D'*b* prolongées, qui, par leurs intersections avec F'Q prolongée, donneront la perspective *de* du diametre par lequel passent les tangentes; menez F*d* et F*e*, qui seront les tangentes demandées.

COROLLAIRE 2e.

Fig. 166. Si l'œil est le point par lequel il faut mener les tangentes, le diametre donné AB doit être géométralement divisé en deux parties au point Q (corollaire 5e, proposition 8e des lignes harmoniques); ce qui donnera sur le diametre AB la perspective du point suivant lequel il est coupé par la corde des tangentes menées de l'œil.

Ainsi divisez le diametre perspectif donné AB en deux parties géométralement égales au point Q; prolongez le même diametre AB jusqu'à son point de fuite F; menez FD et DF', qui lui soient perpendiculaires; menez F'Q prolongée, qui sera la perspective totale de la corde des tangentes. Il faut ensuite déterminer la longueur perspective de cette corde. Par le point Q menez *ab* parallele a *xy;* amenez FD en FD² sur cette même ligne de fuite *xy;* menez D²A, qui, par son intersection avec *ab*, donnera *a*Q perspectivement égale à AQ; transportez *a*Q de Q en *b* sur la ligne *ab;* amenez F'D en F'D'

sur la ligne de fuite xy; menez D'b, D'a, qui, par leurs intersections avec F'Q prolongée, donneront de pour la corde des tangentes.

COROLLAIRE 3e.

Fig. 167. Si la perspective du cercle est donnée, et que l'on veuille trouver la corde perspective des tangentes menées de l'œil à ce cercle, l'opération devient encore plus courte, parceque les points d et e, qu'on a été obligé de déterminer dans les figures précédentes, sont dans celle-ci donnés par la perspective du cercle.

Soit donc menée par le centre du cercle perspectif une perpendiculaire BF à la ligne de fuite xy, alors la partie BA de la ligne BF sera un diametre perspectif du cercle; divisez BA en deux parties égales au point Q; menez à l'œil D la ligne FD, à cette ligne la perpendiculaire DF' coupera la ligne de fuite xy au point F'; la ligne F'Q, par ses intersections d et e avec la perspective du cercle, donnerá les points de contact.

DÉMONSTRATION.

Le point F' étant le point de fuite des lignes perpendiculaires à BF, est le point de fuite de la corde des tangentes, puisque la corde des tangentes est géométralement perpendiculaire au diametre qui passe par le point d'intersection des tangentes; le diametre AB doit être divisé en deux parties égales (par le corollaire 5e, proposition 8e des lignes harmoniques).

COROLLAIRE 4e.

Il peut très souvent arriver que le point F' se trouve dehors du tableau, alors on emploiera la méthode suivante.

Par le centre V du cercle perspectif menez BF, perpendicu-

laire à la ligne de fuite *xy*, alors la partie AB de la ligne BF sera un diametre perspectif du cercle; divisez ce dernier diametre en deux parties géométralement égales au point *n;* menez MO, SR géométralement paralleles à AB; divisez chacune de ces lignes en deux parties géométralement égales aux points *r* et *m;* joignez les points *r*, *n*, *m* par une ligne prolongée jusqu'à ce qu'elle coupe la circonférence perspective aux points *d* et *e*, qui seront les points de contact des deux tangentes.

DÉMONSTRATION.

La ligne *de* est un diametre de l'ellipse formée par la perspective du cercle; les lignes RS, AB, OM sont des ordonnées, et par la propriété de l'ellipse les ordonnées sont coupées en deux parties égales par le diametre.

COROLLAIRE 5ᵉ.

Si le cercle perspectif étoit placé de maniere que la perpendiculaire BA passe par le point C, il faudroit alors diviser AB en deux parties égales au point *n*, et par ce point mener à *xy* une parallele qui seroit la corde des tangentes.

DÉMONSTRATION.

La corde des tangentes étant toujours perpendiculaire au diametre dont le prolongement passeroit par le point d'intersection des deux tangentes (démonstration de la figure 161 de ce volume), la corde des tangentes perspectives doit nécessairement concourir au point de fuite des lignes perpendiculaires à BF; mais dans ce cas, BF se confondant avec le prolongement de DC, la ligne perpendiculaire à DC, qui doit déterminer le point de fuite de la corde des tangentes, étant parallele à *xy*, ne rencontre point cette ligne, et alors ne

donne pas de point de fuite pour la corde des tangentes; elle reste donc parallele à xy.

COROLLAIRE 6[e].

Fig. 163. Si la perspective du cercle dont AB est le diametre perspectif est donnée, pour mener les tangentes du point L il faut alors diviser LB harmoniquement au point Q, par ce point mener une ligne perspectivement perpendiculaire à AB; cette ligne sera la corde perspective des tangentes, et, par les intersections avec la circonférence perspective, elle donnera les points *d* et *e*, suivant lesquels les tangentes menées du point L touchent cette même circonférence.

CHAPITRE PREMIER.

De la Perspective du Cône.

Déterminer la partie visible d'un cône, la place de l'œil étant donnée.

PRATIQUE.

Fig. 169. Soit D*l*C*m* la base d'un cône, F son sommet, et O la place de l'œil.

Par l'œil O et le sommet F menez une ligne jusqu'à ce qu'elle rencontre le plan de la base de ce cône au point T; de ce point menez deux tangentes qui touchent cette même base aux points *l* et *m*; si de ces points on mene au sommet les deux lignes *l*F, *m*F, ces deux lignes termineront la partie visible du cône pour l'œil placé en O.

DÉMONSTRATION.

*l*F étant une ligne droite, et coupant OT et *l*T aux points *l* et F, les trois lignes OT, *l*T et *l*F sont dans un même plan

qui touche le cône suivant la ligne *l*F. Je démontrerois de même que O*m*FT touche les cônes suivant la ligne *m*F; conséquemment OFT est la commune intersection de ces deux plans. Si de l'œil O on mene vers le cône une ligne qui soit dans l'un ou l'autre de ces plans, elle touchera le cône dans un point qui sera dans l'une ou l'autre des lignes *l*F ou *m*F; ainsi aucune partie du cône ne peut être visible en-deçà ou au-delà des lignes *l*F et *m*F, l'œil étant placé en O; conséquemment *m*C*l* est la partie visible.

COROLLAIRE Ier.

Si la ligne OF est parallele au plan de la base du cône, le point T, où OF touche alors cette base, étant infiniment éloigné, les tangentes doivent être paralleles à OF, et toucher le cône aux deux extrémités d'un diametre; conséquemment la moitié du cône sera la partie visible: si le point T tombe au-delà du cône, la partie visible sera plus grande que la moitié de ce même cône.

COROLLAIRE 2e.

Si l'œil se meut sur la ligne OF, partie de la ligne OT, *lm*CF sera toujours la partie visible; si au contraire l'œil se meut sur la ligne FT, prolongement de OF, *l*D*m* sera toujours la partie visible, et, quelle que soit la place de l'œil sur la ligne OT, une ligne menée de ce point jusqu'à ce qu'elle coupe l'une ou l'autre des lignes *l*F ou *m*F, sera toujours tangente au cône au point d'intersection de cette même ligne avec l'une ou l'autre des lignes *l*F ou *m*F.

COROLLAIRE 3e.

La ligne OF est la commune intersection de tous les plans qui passent par l'œil O et un côté du cône.

DÉMONSTRATION.

Le sommet F étant commun à tous les côtés du cône; si du point P, extrémité d'un des côtés du cône, on mene à l'œil une ligne PO, on aura alors le triangle POF, dont OF sera toujours un côté.

Étant donnés le diametre perspectif de la base d'un cône, la ligne de fuite du plan de cette base, l'axe du cône, son inclinaison au plan de la base, le centre du tableau, et la distance de l'œil, déterminer la perspective du cône, sa partie visible et sa partie éclairée par un point lumineux aussi donné.

PRATIQUE.

Fig. 170. Soit *xy* la ligne de fuite du plan de la base, F' le centre du tableau (le tableau dans cette figure étant supposé vertical, le point F' est celui que tous les auteurs ont appelé *point de vue*), F'D' la distance, CD le diametre perspectif de la base, et l'axe du cône étant supposé perpendiculaire au plan de la base.

Au moyen du diametre CD décrivez la base perspective du cône (comme à la fig. 4 de ce volume); au centre S de cette base élevez une perpendiculaire à la ligne de fuite *xy*; prenez sur cette perpendiculaire une partie SF égale à la hauteur de l'axe; du sommet F de ce cône menez deux tangentes à la base au moyen du corollaire 6e de la fig. 163 de ce volume, ces tangentes rencontreront la base perspective aux points I et H, et alors HMIF sera la partie visible.

DÉMONSTRATION.

Le point F étant la perspective d'une ligne qui passe par l'œil et le sommet du cône, le point F représente aussi l'intersection de cette même ligne avec le plan de la base ; conséquemment les tangentes menées du point F et rencontrant la base perspective aux points H et I, donneront la partie visible.

Pour déterminer la partie éclairée par le point lumineux O et l'ombre portée par le cône sur le plan de sa base.

PRATIQUE.

Projetez le point lumineux O en T sur le plan de la base du cône; du point T menez par le centre S de la base la ligne TS prolongée; par le point O et le point F, sommet du cône, menez OF prolongée jusqu'à ce qu'elle coupe en un point N la ligne TS prolongée; du point N menez à la base du cône deux tangentes (par le corollaire 6ᵉ de la fig. 163 de ce volume); par les points P et R, où ces tangentes touchent la base du cône, menez PF, RF, vous aurez RPN pour l'ombre portée de ce cône sur le plan de sa base, et RFP pour la partie éclairée de ce même cône par le point lumineux O (démonstration de la fig. 169).

Pour déterminer la partie visible de la réflexion du cône dans un miroir quelconque il faut d'abord chercher la perspective de la réflexion de la base et du sommet; ensuite du point qui fixe la réflexion perspective du sommet mener à la perspective réfléchie de la base deux tangentes (par corollaire 6ᵉ de la fig. 163 de ce volume), ces deux tangentes termineront la partie visible de la réflexion du cône.

Pour la réflexion de l'ombre portée et de la partie éclairée

il faut déterminer la réflexion perspective de l'ombre du sommet sur le plan de la base réfléchie; du point qui fixe l'ombre réfléchie du sommet si l'on mene (par coroll. 6ᵉ de la fig. 163 de ce volume) deux tangentes à la base réfléchie, ces tangentes détermineront l'ombre portée réfléchie; les deux lignes menées des points de contact à la réflexion du sommet détermineront la réflexion de la partie visible.

Étant donnés le centre et la distance du tableau, la perspective d'un cône creux, la ligne de fuite du plan de sa base, déterminer la partie éclairée de la surface interne du cône par un point lumineux donné.

PRATIQUE.

Fig. 171. Soit C' le centre du tableau, C'O la distance, ABDEV la perspective du cône, *xy* la ligne de fuite du plan de sa base, K le point lumineux, T son site sur le plan de la base.

Par le point lumineux K et le sommet V du cône menez KV; trouvez son intersection M avec le plan de la base; déterminez la corde DE des tangentes menées du point M, au moyen du corollaire 6ᵉ de la fig. 163 de ce volume; sur la partie DBE de la courbe de la base prenez un point quelconque B; par le point M et le point B menez MB prolongée jusqu'à ce qu'elle coupe l'autre partie de la courbe au point A; menez la ligne AV; menez KB prolongée, qui, par son intersection avec AV, donnera un point *b* de la courbe qui termine la partie éclairée et l'ombre portée dans l'intérieur du cône; prenez sur la partie DBE de la courbe de la base un autre point *g*; par ce point menez M*g* prolongée jusqu'à ce qu'elle coupe l'autre partie de la courbe au point *h*; menez *h*V et K*m*, qui, par leur inter-

section avec *h*V, donneront le point *m* pour un autre point de la courbe qui termine la partie éclairée.

DÉMONSTRATION.

Il est d'abord évident que la partie de la projection de la base qui peut entrer dans le cône (K étant le point lumineux), terminera la partie éclairée et l'ombre portée dans ce même cône; la ligne DE étant la corde des tangentes à la base menée du point M, toutes les lignes menées du point K à un point quelconque de l'arc DBE doivent nécessairement entrer dans le cône et le couper dans la partie opposée de l'arc DBE, et toutes les lignes menées du point K à un point quelconque de l'arc DAE passeront dehors du cône, puisque les lignes KE, KD sont tangentes au cône aux points D et E; conséquemment la projection de l'arc DBE par le point lumineux fixera la limite de la partie éclairée de l'intérieur du cône, laquelle partie éclairée doit se terminer aux points D et E, puisque ces points coïncident avec leurs projections.

Ensuite, puisque les lignes AB, AV, qui se rencontrent en A, rencontrent aussi la ligne KV en V et M, ces lignes sont dans le même plan que KV, puisque les trois lignes d'un triangle sont dans un même plan, et seront conséquemment dans le même plan que le point K; le côté AV est alors l'ombre indéfinie de la ligne AB dans la surface interne du cône; le point K étant le point lumineux, l'ombre du point B doit donc se trouver dans la ligne AV; mais elle doit aussi se trouver dans le rayon KB prolongé; elle ne peut donc être qu'au point *b*, où ces deux lignes se coupent. Je démontrerois de même que le point *m* est dans le cône l'ombre du point *g*. Même démonstration pour tout autre point déterminé de la même maniere; conséquemment la courbe D*bm*E, ainsi déter-

minée, est l'ombre portée sur la surface interne du cône par le point lumineux K, et termine la partie de la surface interne de ce cône, qui peut être éclairée par le point lumineux K.

CHAPITRE II.

Du Cylindre.

PROPOSITION.

Fig. 172. Si de l'œil K on mene une ligne parallele à l'axe S*s* d'un cylindre jusqu'à ce qu'elle rencontre en T le plan de la base du cylindre, que du point T on mene à la base les deux tangentes TM, T*m*, et les deux côtés MM', *mm'* paralleles à l'axe du cylindre, on aura MA*m*M'*am'* pour la partie visible du point K.

DÉMONSTRATION.

Les deux plans KTMM', KT*mm'* touchant le cylindre suivant les deux lignes MM', *mm'*, toutes les lignes qu'on meneroit de l'œil vers le cylindre, et qui seroient dans l'un de ces deux plans, toucheroient le cylindre en un point de la ligne MM' ou *mm'*; conséquemment il n'y a que la partie MA*m*M'*am'* qui soit visible du point K.

COROLLAIRE Ier.

Quelle que soit la place de l'œil dans la ligne KT, la même partie du cylindre sera toujours visible.

DÉMONSTRATION.

Toutes les lignes menées d'un point quelconque de la ligne

KT à un point quelconque des lignes MM' ou *mm'* seront toujours dans l'un des deux plans KTMM' ou KT*mm'*, et conséquemment tangentes au cylindre.

COROLLAIRE 2e.

La ligne KT est la commune intersection de tous les plans qui passent par l'œil K et un côté quelconque du cylindre.

DÉMONSTRATION.

Ce qui est évident, puisque KT étant parallele à l'axe, tous les côtés du cylindre sont paralleles à KT.

COROLLAIRE 3e.

Si l'on considere le cylindre comme un cône dont le sommet est infiniment éloigné, on s'appercevra aisément que la méthode pour trouver la partie visible du cylindre est la même que celle que je viens de donner pour trouver la partie visible du cône. En effet, l'extrémité de l'axe S*s* étant infiniment éloignée, on peut imaginer que la ligne KT, parallele à cet axe, le rencontre au point qui fixeroit son extrémité infiniment éloignée; ainsi tous les côtés MM', *mm'*, paralleles à l'axe du cylindre, peuvent être aussi supposés tendre au point qui fixeroit l'extrémité infiniment éloignée de l'axe, qui est alors le sommet d'un cône infini.

Étant donnés le centre et la distance du tableau, la perspective du diametre de la base circulaire d'un cylindre, la ligne de fuite du plan de cette base, l'axe du cylindre, son inclinaison du plan de la base, déterminer la perspective du cylindre, sa partie visible, la partie éclairée, et l'ombre portée par un point lumineux aussi donné.

PRATIQUE *pour la perspective du cylindre.*

Fig. 172. Soit C le centre et CD la distance du tableau, AB le diametre, et xy la ligne de fuite du plan de la base; dans cette figure l'axe est supposé perpendiculaire au plan de la base.

Construisez la perspective du cercle de la base au moyen du diametre AB, et (par la fig. 4 de ce volume) au centre S de ce cercle élevez à xy une perpendiculaire égale à l'axe du cylindre; enfermez le cercle de la base dans un carré perspectif; des angles de ce carré élevez des perpendiculaires à la ligne de fuite xy; ce qui formera un parallélipipede dans lequel le cylindre doit être inscrit. Construisez un autre carré perspectif dont s soit le centre perspectif. Dans ce nouveau carré inscrivez un cercle perspectif égal à celui de la base; par les extrémités du diametre perspectif AB élevez des perpendiculaires à la ligne de fuite xy jusqu'à ce qu'elles touchent la circonférence du cercle perspectif supérieur, vous aurez terminé la perspective totale du cylindre.

PRATIQUE *pour déterminer la partie visible.*

Fig. 172. Du centre perspectif S élevez à xy une perpendiculaire SEF, qui coupera cette même ligne xy au point F, et la circonférence perspective mAMB aux points E et o; divisez

la ligne Eo en deux parties géométralement égales au point r; par ce point menez une ligne nrG' perspectivement perpendiculaire à Eo, cette perpendiculaire, par ses intersections avec la circonférence perspective mAMB, donnera les points n et G', par lesquels menant des paralleles à l'axe jusqu'à ce qu'elles touchent la circonférence perspective $m'a$M'G, vous aurez construit la partie visible nMG'GM'a. La construction que je viens de donner pour trouver les points n et G' est la même que celle que j'ai donnée à la fig. 167 de ce volume.

Si le point où doit tendre la ligne nG' se trouvoit dehors du tableau, alors il faudroit employer la méthode que j'ai donnée à la fig. 168 de ce volume.

Si l'axe du cylindre, sans cesser d'être parallele au tableau, s'incliuoit sur la base, il faudroit encore employer la même méthode.

Lorsque le cylindre devenant incliné, son axe devient aussi oblique par rapport au tableau, la méthode pour trouver la partie visible ne differe de celle que je viens de donner qu'en ceci, l'axe étant oblique, doit nécessairement tendre en un point dans le tableau; les côtés du cylindre qui terminent la partie visible devant être paralleles à l'axe, doivent nécessairement tendre au même point de fuite que l'axe; du reste l'opération est absolument la même.

Cette construction est fondée sur la démonstration de la proposition de ce chapitre et sur le corollaire 1er.

PRATIQUE *pour déterminer la partie éclairée et l'ombre portée.*

Fig. 172. Soit K le point lumineux, T son site sur le plan de la base du cylindre.

Du point T menez deux tangentes à la base perspective du

cylindre (au moyen du coroll. 6e de la fig. 163); par les points M et *m*, où ces tangentes touchent la base du cylindre, menez MM', *mm'*, paralleles à l'axe S*s*, vous aurez MA*mm'a*M' pour la partie éclairée par le point lumineux K.

La démonstration de cette construction est la même que celle de la proposition de ce chapitre.

L'ombre portée par ce cylindre est formée par l'intersection du plan de sa base avec un cône oblique de rayons lumineux qui auroit son sommet au point K, et qui passeroit par le cercle perspectif *a*M'G*m'*. Pour déterminer l'ombre portée il faut donc construire cette intersection. Prenez un point quelconque B sur la courbe qui termine la base du cylindre; par le point B et le point T menez une ligne TB prolongée; au point B menez la ligne BR parallèlement à l'axe; du point R, où elle rencontre la courbe supérieure, menez KR prolongée, qui, par son intersection avec TB prolongée, donne le point H pour un point de l'intersection du cône de rayons lumineux avec le plan de la base du cylindre, et conséquemment le point H pour un point de l'ombre portée. Même construction pour tout autre point.

DÉMONSTRATION.

La ligne BR, qui coupe les deux lignes TH et KH, est dans le plan de rayons lumineux TKH; la ligne TH étant l'intersection de ce plan de rayons avec la base du cylindre, est l'ombre indéfinie; conséquemment l'ombre du point R, qui appartient en même temps au cône et au cylindre, doit se trouver dans la ligne TH; mais elle doit aussi se trouver dans le rayon lumineux KR prolongé, qui est un des côtés du cône de rayons lumineux; elle ne peut donc être qu'au point d'intersection H des deux lignes TH et KH. Même démonstration pour tout autre point.

Il est évident que la courbe d'ombre formée par l'intersec-

tion du cône oblique des rayons lumineux avec le plan de la base du cylindre est une ellipse.

Il faut démontrer que la ligne TM, tangente à la base du cylindre, est en même temps tangente à la section LHIQ du cône de rayons avec le plan de la base du cylindre.

Le plan TKI touche le cylindre suivant la ligne MM'; le point M' appartient au cylindre et au cône de rayons lumineux, conséquemment le plan TKI touche le cône au point M' : mais ce plan passe par le sommet K du cône; il touche donc ce cône suivant la ligne KM' prolongée indéfiniment, c'est-à-dire suivant la ligne KI; mais la ligne TM est tout entiere dans le plan TKI; et comme j'ai démontré que toutes les lignes menées dans le plan TKI ne peuvent toucher le cône que dans des points de la ligne KI, il résulte donc que la ligne TM touche le cône de rayons lumineux au point I; et puisque la ligne TM est dans le plan de la base du cylindre, elle est aussi dans le plan de la section du cône par le plan de la base du cylindre; la ligne TM est conséquemment tangente en I à l'ellipse LHQI, section du cône de rayons avec le plan de la base du cylindre. Lorsque le corps lumineux est une lumiere artificielle, telle que celle d'une lampe, flambeau, etc., l'ombre portée est toujours formée par l'intersection d'un cône de rayons lumineux ou d'une pyramide de rayons lumineux, suivant que le corps qui doit porter l'ombre est terminé par une surface courbe, ou que le corps qui doit porter ombre est terminé par des surfaces planes.

Lorsque le corps qui doit porter ombre est éclairé par le soleil ou la lune, les rayons qui partent de ces planetes étant supposés venir parallèlement, toutes les ombres portées sont déterminées par l'intersection de cylindres ou de prismes, suivant que les corps qui doivent porter ombre sont terminés par des susfaces courbes ou par des surfaces planes.

Lorsque les rayons qui partent du soleil ou de la lune ne sont pas dans des plans parallèles au tableau, ils ont alors une inclinaison quelconque par rapport à ce même tableau, et conséquemment ces rayons ont un point de fuite dans le tableau ou dans son prolongement; alors la perspective des rayons forme un cône ou une pyramide, suivant que le corps éclairé est terminé par une surface courbe ou par des surfaces planes.

Lorsque les rayons lumineux sont dans des plans paralleles au tableau, ces rayons n'ont pas alors de point de fuite; ils restent donc paralleles entre eux, et la perspective des rayons forme un cylindre ou un prisme, suivant que le corps éclairé est terminé par une surface courbe ou par des surfaces planes.

Étant donnés la perspective d'un cylindre creux, le centre et la distance du tableau, la perspective de la courbe d'une des bases, la ligne de fuite du plan de cette base, un point lumineux, son site sur le plan de la base, construire la courbe qui termine l'ombre portée dans l'intérieur du cylindre par une partie de la courbe de sa base, et la partie éclairée par le point lumineux donné.

PRATIQUE.

Fig. 173. Soit C' le centre du tableau, C'D' sa distance, ABDEMP la perspective du cylindre, ABDE la perspective d'une de ses bases, *xy* la ligne de fuite du plan de cette base, K le point lumineux, et T son site sur le plan de la base.

Déterminez la corde DE des tangentes menées du point T à la perspective de la base donnée; du point T menez une ligne quelconque TA qui coupe la base donnée aux points A et B; par le point A menez le côté A*b* parallèlement à l'axe *n*S; par le point K et le point B menez le rayon KB prolongé, qui,

par son intersection avec A*b*, donnera le point *b* ombre du point B. Pour avoir un autre point de la courbe de l'ombre menez par le point *l* une autre ligne T*l* prolongée, qui coupe la base donnée aux deux points *l* et V; par le point V menez VR parallèlement à l'axe, le rayon K*l* prolongé, par son intersection avec VR, donnera le point R ombre du point *l*. Même construction pour tout autre point. La courbe de l'ombre sera d'autant plus exacte que l'on aura mené un plus grand nombre de lignes, telle que TBA.

La démonstration de cette construction est la même que celle que j'ai donnée à la fig. 171 de ce volume.

Si l'on veut obtenir les points de la courbe qui sont opposés aux points *b*, R, etc...., des points *l*, B, etc... menez des paralleles à l'axe *n*S; menez VK, AK, qui, par leurs intersections avec *lh*, B*a*, etc...., donneront des points de la partie de la courbe opposée à DR*b*E.

Comme dans la pratique de la perspective on est très souvent forcé de construire les courbes d'ombres sur la surface interne et externe des cylindres et des cônes, il est essentiel de démontrer la nature de ces courbes.

Je dis que la courbe DR*b*E passe par la diagonale *ba* du trapeze *b*A*a*B et par la corde DE des tangentes menées du point T.

Il faut d'abord démontrer deux propriétés des lignes divisées harmoniquement; au lieu de mettre ces deux propriétés à la suite de celles que j'ai données dans la onzieme partie de ce volume, je les ai placées ici, afin de faciliter la démonstration.

Fig. 174. Si dans une ligne donnée LM on prend deux points L et M, et que de chacun de ces points on mene deux

lignes quelconques LR, LQ et MS, MR, qui, par leurs intersections, forment le trapeze SPQR; les deux diagonales SQ, RP, qui se coupent en C, étant prolongées jusqu'à ce qu'elles coupent LM aux points *l* et *m*, la ligne LM sera divisée harmoniquement aux points L, *l*, M, *m*, et les diagonales *l*R, *m*S seront aussi divisées harmoniquement aux points *l*, P, C, R et *m*, Q, C, S; réciproquement, si les deux diagonales *m*S et *l*R sont divisées harmoniquement, les lignes LR, LQ, MS, MR le seront aussi.

DÉMONSTRATION.

Au moyen de la fig. 143 de ce volume déterminez entre S et R et P et Q deux points F et H qui divisent les deux lignes LR, LQ harmoniquement aux points L, S, F, R et L, P, H, Q.

Puisque les lignes LR et LQ, qui sont harmoniquement divisées, ont un point commun L, et que FH joint leurs seconds points de division à partir du point L, les lignes SP, RQ doivent se rencontrer dans un point quelconque de FH, à moins qu'elles ne soient paralleles (propsit. 9e des lignes harm., 11e p. de ce volume); mais les lignes SP et RQ, par construction, se rencontrent en M, conséquemment FH passe aussi par le point M; de même RP et SQ, qui joignent les points contraires de division, doivent se couper en un point de FH (proposit. 9e des lignes harmon., 11e partie de ce volume); mais elles se coupent en C; conséquemment la ligne FH passe aussi par le point C. Puisque LQ est harmoniquement divisée par construction, CL, CP, CH, CQ sont des lignes harmoniques (définition 2e, 11e partie); conséquemment LM, qui les coupe toutes les quatre, sera harmoniquement divisée aux points L, *l*, M, *m* (proposit. 3e des lignes harmon., 11e partie de ce volume); par la même raison ML, MP, MH, MQ étant harmoniques,

les diagonales *l*R et *m*S qui les coupent sont harmoniquement divisées aux points *l*, P, C, R et *m*, Q, C, S, et réciproquement.

COROLLAIRE.

Fig. 175. Si le point M est infiniment éloigné, ce qui ne peut arriver qu'au moment où les côtés SP et RQ seront paralleles à LM; ces deux côtés seront coupés en deux parties égales en G et en E par la ligne CL, et la ligne *lm* sera divisée en deux parties égales au point L.

DÉMONSTRATION.

Les lignes CP, CL, CH, CQ étant harmoniques, *lm*, SP, RQ, qui sont paralleles à CH, une de ces harmoniques, sont conséquemment coupées en deux parties égales aux points L, E, G par les trois autres harmoniques (proposit. 7[e] des lignes harmoniques, 11[e] partie de ce volume).

Revenons maintenent à la figure 173, et prouvons que la courbe de l'ombre passe par la corde DE des tangentes, et par la diagonale *b a* du trapeze *b*A*a*B.

DÉMONSTRATION.

Puisque TA est harmoniquement divisée aux points A, C, B, T, les lignes *b*A, C*c*, B*a*, TK sont des paralleles harmoniques; conséquemment *bo* est harmoniquement divisée par ces paralleles aux points *b*, C, *a*, *o*: mais les deux lignes *bo* et AT, divisées harmoniquement, ont un point commun C, T*o* joignant leurs seconds points de division à partir du même point C; les deux lignes A*a*, B*b*, qui joignent les autres points, doivent nécessairement se rencontrer en quelque point de la ligne T*o*, et conséquemment au point K, où *b*B coupe cette

même ligne T*o*; ainsi *ba* est la diagonale du trapeze A*b*B*a*: à cause de la division harmonique de *bo* les lignes A*b*, AC, A*a*, A*o* sont harmoniques; mais T*o* étant parallele à A*b* une des harmoniques, T*o* est divisée en deux parties égales aux points T, K, *o* par les trois autres lignes harmoniques.

On peut démontrer de même que R*v* est harmoniquement divisée aux points R, ɪ, *h*, *v*, que le point *h* est dans la ligne VK, que le point K coupe T*v* en deux parties égales, et conséquemment que le point *v* coïncide avec le point *o*; ainsi la courbe DR*b*E*ah* est dans un plan qui passe par la corde DE et les diagonales *ba* et R*h* des trapezes B*ab*A et RV*hl*. Le cylindre se trouvant donc coupé par un plan qui n'est pas parallele au plan de sa base supérieure DBEA, l'originale de la section est une ellipse dont la perspective peut être une ellipse ou un cercle.

COROLLAIRE.

Si le point lumineux K est très éloigné du spectateur, alors la ligne KT est la ligne de fuite de tous les plans de rayons qui passent par le point lumineux K et un côté du cylindre; le site de ce même point lumineux sur le plan de la base BEAD se trouve dans l'intersection de la ligne TK avec la ligne de fuite *xy* du plan de la base du cylindre.

Construction de l'ombre portée et de la partie éclairée de l'intérieur du cylindre lorsque son axe n'est pas parallele au tableau.

PRATIQUE.

Fig. 176. Soit *xy* la ligne de fuite du plan sur lequel pose le cylindre, F le point de fuite de l'axe, LMADBE la perspective du cylindre, K le point lumineux.

Par le point lumineux menez au point F une ligne KF prolongée indéfiniment, qui sera perspectivement parallele à l'axe du cylindre; par le centre S menez le diametre AB perpendiculaire à la ligne de fuite xy, et prolongé jusqu'à ce qu'il coupe la ligne KF au point T; alors ce point sera le site perpendiculaire du point lumineux sur le plan de la face ABDE du cylindre. Déterminez la corde des tangentes menées du site T du point lumineux K; cette corde sera divisée en deux parties égales au point C par le diametre AB, et donnera la partie éclairée DBE. Du point A, où la ligne TBA coupe la partie inférieure de la face du cylindre, menez le côté AF, qui doit tendre au point F pour conserver son parallélisme avec l'axe S*s;* par le point K et par le point B, où la même ligne TBA coupe la partie supérieure de la face du cylindre, menez KB prolongée, qui, par son intersection avec AF, donnera le point *b* ombre du point B. Même construction pour tout autre point. La courbe de l'ombre sera déterminée avec d'autant plus d'exactitude qu'on aura mené un plus grand nombre de lignes, telle que TA.

Si l'on prolonge le côté FB du cylindre, et que l'on mene *b*C, cette ligne coupera le côté FB prolongé en un point qui appartiendra à la courbe d'ombre; cette ligne sera aussi la diagonale du trapeze *b*B*a*A. Comme je viens de démontrer que la courbe d'ombre se trouvoit dans le plan qui passeroit par la corde DE des tangentes, et par la diagonale *ba* du trapeze *b*B*a*A, menez donc par les points *a* et *b* des lignes *py*, *rn* paralleles à la corde des tangentes; ces deux lignes seront elles-mêmes tangentes à la courbe de section, et conséquemment à la courbe d'ombre: du point *o,* où la diagonale *ba* prolongée rencontre FK prolongée, menez *o*D, *o*E aussi prolongées; ces lignes seront encore tangentes à la courbe d'ombre, et, par

leurs intersections avec *py* et *rn*, donneront le trapeze *rpyn* dans lequel doit être inserit la courbe d'ombre: ainsi construisez dans le trapeze *rpyn* la perspective d'un cercle, qui sera la courbe qui terminera l'ombre dans le cylindre, et la partie éclairée par le point lumineux K.

Comme la partie de la courbe qui se trouve au-dessus de la corde DE des tangentes est imaginaire, on construira seulement le trapeze *r*DE*n*, et dans ce trapeze on construira la partie réelle de la courbe.

On peut encore obtenir le point *o* de la ligne FTK en déterminant sur le prolongement de cette ligne un point qui complete la division harmonique de cette même ligne.

Cette maniere de déterminer le point *o* est fondée sur la proposition donnée à la figure 174.

La construction de la courbe au moyen du trapeze est applicable à toutes les positions du cylindre et du cône.

Si le cylindre étoit oblique, la construction seroit encore la même.

Étant donnée la perspective d'une tour ronde et d'un cylindre, construire la perspective d'une porte cintrée percée dans cette tour, c'est-à-dire construire la perspective de l'intersection des deux cylindres.

PRATIQUE.

Fig. 177. Soit F le centre du tableau, OO' la tour ou cylyndre, et *xy* la ligne de fuite de sa base.

Par le centre S de la base de la tour menez AB parallele au tableau; sur AB prenez *gm* perspectivement égale au diametre du second cylindre, c'est-à-dire égale au diametre de la porte qui doit être percée dans la tour; aux points *g* et *m* élevez à *xy*

des perpendiculaires indéfinies; par les mêmes points *g* et *m* et le point F menez des lignes F*g*OM, F*m*PN, qui coupent les circonférences extérieure et intérieure aux points O, M, P, N; à ces points élevez à la ligne de fuite des perpendiculaires indéfinies; sur les perpendiculaires élevées aux points M et N prenez des grandeurs MH et NL égales à la hauteur des pieds droits jusqu'à la naissance de la voûte; des points H et L menez au point F les lignes HF, LF, qui, par leurs intersections avec les perpendiculaires élevées sur les points *g* et *m*, donneront la ligne DE pour le diametre perspectif du second cylindre sur le plan qui passe par l'axe de la tour parallèlement au tableau; sur DE, comme diametre, décrivez une demi-circonférence qui sera l'intersection du cylindre avec le plan qui passe par l'axe de la tour parallèlement au tableau; prenez un point quelconque R sur la circonférence décrite sur DE, comme diametre; de ce point R abaissez à xy une perpendiculaire qui coupe la ligne AB en un point quelconque *r*; par ce point et le point F menez F*r* prolongée, qui coupe aux points c^1, C^1 les circonférences qui fixent l'épaisseur de la tour; aux points c^1, C^1 élevez à xy des perpendiculaires indéfinies; par le point F et le point R menez FR prolongée indéfiniment; cette ligne, par ses intersections avec les perpendiculaires élevées sur les points c^1, C^1, donnera les points *c*, C, qui appartiendront aux courbes intérieure et extérieure du cintre de la porte, c'est-à-dire à l'intersection des deux cylindres. Même construction pour tout autre point. Par exemple, sur la circonférence qui a DE pour diametre prenez un autre point V; de ce point abaissez à xy une perpendiculaire qui coupe AB en un point quelconque *v*; par ce point et le point F menez une ligne prolongée qui coupe les deux circonférences de l'épaisseur de la tour aux points V^3, V^4; de ces points élevez

à xy des perpendiculaires indéfinies; par le point F et le point V menez FV prolongée, qui, par ses intersections avec les perpendiculaires élevées sur les points V^3, V^4, donnera les points V^1, V^2 appartenants aux courbes intérieure et extérieure des cintres de la porte.

Si le cintre, au lieu d'être circulaire, étoit formé par une ellipse, un arc de cloître, ou une autre courbe quelconque, on emploieroit toujours la même méthode.

Si l'axe de la tour, au lieu d'être vertical et parallele au tableau, étoit horizontal et parallele au tableau, la construction seroit toujours la même.

Si le cylindre étoit incliné, son axe ne seroit pas parallele au tableau, et auroit un point de fuite dans le même tableau; alors la demi-circonférence décrite sur DE, comme diametre, ne seroit plus géométrale, elle seroit au contraire perspective, et se trouveroit dans un plan dont la ligne de fuite passeroit par le point de fuite de l'axe; conséquemment toutes les lignes Rr, cc^1, CC^1, Vv, V^1V^3, V^2V^4, pour conserver leur parallélisme à l'axe, tendroient au point de fuite de ce même axe.

DÉMONSTRATION.

Les lignes RcC, VV^1V^2, qui tendent au point F, point de fuite de l'axe Ee du cylindre, représentent des paralleles à cet axe, et conséquemment des côtés du cylindre qui forme le cintre de la porte; mais ces côtés RcC, VV^1V^2 sont dans les mêmes plans que les côtés CC^1, V^2V^4 de la tour; conséquemment les poins C et V^2 appartiennent en même temps à la surface des deux cylindres, c'est-à-dire à la surface de la tour et à la surface du cylindre qui passe par le cintre, et sont deux points de la courbe du cintre extérieur. Même démonstration pour la courbe du cintre intérieur.

Si le cylindre qui fixe la courbe de la porte traversoit toute la tour, il perceroit sur la partie opposée une porte égale à la premiere, et dont la construction seroit parfaitement la même.

CHAPITRE III.

Moyens de déterminer la partie visible d'une sphere, sa partie éclairée et son ombre portée.

DÉFINITION.

Si une sphere est coupée par un plan, la section de ce plan sera un cercle; si le plan coupant passe par le centre, la section sera un grand cercle; conséquemment chaque section faite par le centre de la sphere produira un grand cercle: la surface de la sphere étant engendrée par un grand cercle tournant autour de son diametre, il résulte que tous les grands cercles de la sphere sont égaux et s'entrecoupent en deux parties égales.

Si le plan coupant ne passe pas par le centre, la section alors sera un petit cercle; ce cercle sera d'autant plus petit qu'il s'éloignera plus du centre, et conséquemment d'autant plus grand qu'il s'en approchera davantage.

PROPOSITION.

Fig. 178. Si de l'œil K on mene une ligne par le centre O d'une sphere de maniere que cette ligne la coupe aux points A et B, que sur AB, comme diametre, on décrive un cercle MANB, et que l'on détermine la corde PQ des tangentes menées du point K à ce cercle; je dis qu'alors si du point C,

comme centre, et sur PQ, comme diametre, on décrit une circonférence dans un plan perpendiculaire à KC, cette circonférence terminera la partie de la sphere qui sera visible du point K.

DÉMONSTRATION.

Les lignes KQ, KP étant tangentes en P et Q au cercle AMBN, un grand cercle de la sphere, les mêmes lignes KQ, KP son ttangentes à la sphere aux mêmes points P et Q. Si l'on suppose maintenant que ce cercle tourne autour de son diametre AB, il engendrera la surface sphérique; en même temps les extrémités P et Q de la ligne PQ, qui est perpendiculaire à AB, engendrera un petit cercle *aQbP* de la même sphere, lequel cercle sera dans un plan perpendiculaire à AB: mais les lignes KQ, KP dans ce mouvement ne changeant pas de direction, resteront toujours tangentes au cercle *aQbP*; conséquemment ces tangentes, dans leur mouvement autour du cercle *aQbP*, seront successivement tangentes à la surface sphérique dans tous les points du cercle *aQbP*; ce cercle terminera donc la partie de la sphere qui pourra être vue du point K.

Il en résulte que les rayons par lesquels on apperçoit la sphere forment un cône dont la base est un petit cercle qui se trouve déterminé par les points de contact de la sphere avec les rayons visuels qui forment le cône, et dont l'axe passe par le centre de la sphere.

COROLLAIRE.

Si la sphere est coupée par un plan qui passe par l'œil K, ce plan coupera le cercle *aQbP* suivant une ligne droite, qui sera la corde des tangentes menées de l'œil K au cercle formé par la section.

DÉMONSTRATION.

La ligne Ka, menée de l'œil K à un point quelconque a du cercle aQbP est tangente en ce point à la surface sphérique, et conséquemment tangente à un cercle quelconque de la sphere, dont le plan passeroit par la ligne aK.

Étant donnés le centre et la distance du tableau, la perspective d'un diametre d'une sphere parallele au tableau, déterminer la perspective du cercle qui fixe la partie visible.

PRATIQUE.

Fig. 179. Soit C le centre du tableau, CD la distance, ab la perspective du diametre donné de la sphere, F son centre.

Il faut d'abord observer que le point F étant la perspective indéfinie des lignes qui passent par l'œil et le centre de la sphere, il représente non seulement le point de fuite de cette ligne, mais même le diametre de la sphere qui passe par l'œil; et conséquemment ce point F représente aussi le point de ce diametre par lequel passe la corde des tangentes, diametre du cercle qui termine la partie visible. Il faut donc employer un autre plan dans lequel on puisse trouver la perspective de ce diametre.

Joignez le point F et le point D par la ligne DF; au point D élevez une perpendiculaire à cette ligne; prolongez cette perpendiculaire jusqu'à ce qu'elle coupe FC prolongée au point f; par ce point menez parallèlement à CD une ligne $x'y'$, qui sera la ligne de fuite des plans perpendiculaires au point de fuite F; par le point F menez xy parallèlement à $x'y'$; sur cette ligne portez un diametre ei parallele au tableau, et conséquemment égal à ab, la ligne xy sera la ligne de fuite d'un

plan passant par l'œil et le diametre *ei* de la sphere, et conséquemment la ligne de fuite du grand cercle formé par l'intersection de ce plan avec la sphere, elle contiendra donc tous les points de fuite des lignes tracées dans ce cercle; menez une ligne E'I' au-dessous de *xy* et qui lui soit parallele; des points *e*, F, *i* menez à *xy* des perpendiculaires prolongées jusqu'à ce qu'elles coupent E'I' aux points E', *n*, I', alors E'I' sera le site oblique de *ei* sur un plan E'I'EF parallele au plan EF; sur E'I', comme diametre, décrivez dans ce plan E'I'EF une circonférence perspective E'*p*I'*g*, qui coupe F*f* aux points *p* et *g*; divisez *gp* en deux parties géométralement égales au point *c*; de ce point menez parallèlement à *xy* une ligne *rs*, qui coupe la circonférence perspective E'*p*I'*g* aux points *r* et *s*; de ces points élevez à *xy* des perpendiculaires prolongées jusqu'à ce qu'elles coupent cette même ligne aux points E et I; enfin sur EI, comme diametre, décrivez une circonférence perspective dans le plan EI*x'y'*, vous aurez tracé le petit cercle de la sphere qui terminera la partie visible.

DÉMONSTRATION.

Le plan E'I'*xy* étant parallele au plan *xy*, le site oblique du grand cercle de la sphere, qui est dans le plan *xy*, est aussi un grand cercle dans le plan E'I'*xy*; E'I' étant le site du diametre *ab* de ce grand cercle, le cercle E'*p*I'*g* est le site entier de ce cercle dans le plan E'I'*xy*, et par conséquent *gp* est le site du diametre F de ce grand cercle; *rs* étant la corde des tangentes menées de l'œil à ce cercle (démonstration de la figure 167 de ce volume), elle est alors la corde des tangentes menées de l'œil au grand cercle de la sphere; EI étant égale à *rs*, il en résulte que EI est la corde des tangentes transportées dans le plan du grand cercle qui passe par l'œil; la corde

des tangentes étant le diametre du cercle qui fixe la partie visible (démonstration de la proposition qui commence ce chapitre), ce cercle étant dans un plan perpendiculaire au plan du grand cercle qui passe par l'œil, il en résulte que la circonférence perspective décrite sur EI comme diametre, et dans le plan dont $x'y'$ est la ligne de fuite, déterminera la partie visible de la sphere.

Si le centre F de la sphere se confond avec le centre du tableau, le plan dans lequel se trouve le cercle qui termine la partie visible sera aussi parallele au tableau, et la perspective du cercle qui termine la partie visible sera un cercle géométral.

Si le centre de la sphere n'est pas au centre du tableau, la perspective du cercle qui termine la partie visible sera toujours une ellipse dont l'axe transversal AB passera toujours par le centre, et l'axe EI sera toujours une double ordonnée.

DÉMONSTRATION.

Le cône de rayons visuels étant droit, si son axe n'est pas perpendiculaire au tableau, la section de ce cône par le tableau est conséquemment une ellipse; l'axe transversal de cette section passe toujours par le point où le plan de section est coupé par une ligne menée du sommet du cône perpendiculairement à ce même plan; l'œil étant le sommet du cône, le tableau étant le plan coupant, la perpendiculaire abaissée de l'œil sur le tableau devant passer par le centre, l'axe transversal AB doit conséquemment passer par le point C, centre du tableau.

Si l'on suppose que le cercle $E'pI'g$ soit la base d'un cylindre circonscrit à la sphere, EI parallele à xy, et qui joint les deux côtés qui déterminent la partie visible de ce cylindre, sera toujours la corde des tangentes au grand cercle de la

sphere, et conséquemment le diametre du cercle qui termine la partie visible.

Seconde maniere de déterminer la partie visible d'une sphere.

PRATIQUE.

Fig. 180. Tracez un grand cercle de la sphere; menez des lignes géométralement ou perspectivement perpendiculaires au diametre du grand cercle, suivant que ce diametre est parallele ou incliné au tableau; prolongez ces lignes jusqu'à ce qu'elles coupent la circonférence du grand cercle; décrivez des circonférences perspectives sur ces lignes comme diametres; cherchez la corde des tangentes menées de l'œil à chacun de ces cercles au moyen de la figure 167 de ce volume; par les points où les cordes des tangentes couperont les circonférences perspectives faites passer une courbe qui terminera la partie visible de la sphere.

Étant donnés le centre et la distance du tableau, la perspective d'un diametre de la sphere, le site de son centre sur un plan quelconque, déterminer l'ombre que porte la sphere sur ce plan, le point lumineux qui produit cette ombre et son site sur le même plan étant aussi donnés.

PRATIQUE.

Fig. 181. Soit C le centre, et CD la distance du tableau, LQ le diametre perspectif donné, S le centre de la sphere, S' son site sur le plan $S'xy$, K le point lumineux, et T son site sur le même plan.

Menez KS; déterminez son point de fuite F', et la ligne de

fuite x^2y^2 des plans perpendiculaires à ce point; menez parallèlement à xy un diametre LQ de la sphere, ce diametre sera parallele au tableau; menez par le point F^1 une ligne de fuite x^1y^1 parallele à LQ ou à x^2y^2; déterminez la distance de cette ligne de fuite; sur LQ, comme diametre, décrivez la perspective d'un cerle ALBQ, qui soit dans le plan LQx^1y^1; déterminez la corde oE des tangentes menées du point K à ce cercle au moyen du corollaire 6ᵉ de la fig. 163 de ce volume; sur oE, comme diametre, décrivez la perspective d'un cercle *bon*E dans le plan x^2y^2oE; la projection $O^1b^1E^1a^1$ de ce cercle sur le plan S^1xy, par le point lumineux K, sera l'ombre de la sphere sur ce plan, et A*bon*E sera la partie éclairée par le même point lumineux K.

DÉMONSTRATION.

Le cercle original de ALBQ étant un grand cercle de la sphere, ce cercle passant par KS, le point de fuite du diametre de ce cercle étant au point F^1, centre de la ligne de fuite x^1y^1, le diametre LQ représente un autre diametre perpendiculaire à AB; ce diametre étant perpendiculaire à AB, la corde oE des tangentes menées du point K à ce cercle est conséquemment parallele à LQ; cette corde étant parallele à la ligne de fuite x^2y^2, son originale est dans un plan x^2y^2oE perpendiculaire à KS; le cercle perspectif décrit sur oE comme diametre dans le plan x^2y^2oE représente par conséquent le cercle qui fixe la partie éclairée de la sphere par le point lumineux K, et la projection faite sur le plan xyS^1 par ce même point lumineux est l'ombre de la sphere sur ce même plan.

Si le point lumineux K est infiniment éloigné, ce point lumineux K doit être regardé comme un point de fuite; alors les rayons lumineux sont supposés paralleles; la partie éclairée

par le point lumineux K est terminée par un grand cercle de la sphere dans un plan perpendiculaire au point de fuite du point K.

Lorsque le point lumineux K est infiniment éloigné, la surface qui enveloppe la sphere est un cylindre de rayons lumineux.

Pour déterminer la pénombre il faut faire deux projections, c'est-à-dire la projection du cercle qui fixe la partie éclairée de la sphere par le centre du corps lumineux, et la projection du cercle qui fixe la partie éclairée par le sommet du cône d'ombre, l'espace contenu entre ces deux projections sera la pénombre.

FIN DU SECOND ET DERNIER VOLUME.



TABLE

DES ARTICLES CONTENUS DANS CE VOLUME.

SUPPLÉMENT DU PREMIER VOLUME.

SUPPLÉMENT DES OMBRES.

SUPPLÉMENT DES MIROIRS PLANS.

TOME II.

Iᵉ PARTIE.

IIᵉ PARTIE.

TABLEAUX INCLINÉS.

IIIᵉ PARTIE.

MOYENS D'AUGMENTER LES DIMENSIONS D'UNE SALLE, CE QUI COMPREND LES PLAFONDS ET PLANCHERS.

DES PLAFONDS.

DES PLANCHERS.

IVᵉ PARTIE.

MÉTHODES POUR TRACER LES DÉCORATIONS DE THÉATRES.

DES CHASSIS OBLIQUES.

Ve PARTIE.

ANAMORPHOSES SUR UN OU PLUSIEURS PLANS FAISANT ENTRE EUX DES ANGLES DROITS.

CHAPITRE Ier.

CHAPITRE II.

VIe PARTIE.

MÉTHODE DE TRACER LES ANAMORPHOSES SUR LA SURFACE INTERNE OU EXTERNE DE DEUX PLANS QUI FONT ENTRE EUX UN ANGLE QUELCONQUE.

VIIe PARTIE.

MÉTHODE POUR TRACER LES ANAMORPHOSES SUR LES SURFACES INTERNES ET EXTERNES DE TOUTES LES PYRAMIDES, QUELLE QUE SOIT LA FORME DE LEUR BASE.

VIIIe PARTIE.

ANAMORPHOSES SUR LA SURFACE INTERNE ET EXTERNE DES CÔNES.

IXe PARTIE.

MÉTHODE POUR TRACER LES ANAMORPHOSES QUI DOIVENT ÊTRE RÉFLÉCHIES DANS LES MIROIRS, QUELLE QUE SOIT LEUR FORME.

Xe PARTIE.

MÉTHODE POUR TRACER DANS LES DÔMES ET LES COUPOLES.

XIe PARTIE.

DES PROPRIÉTÉS DES LIGNES HARMONIQUES.

XIIe PARTIE.

MÉTHODES POUR TRACER LA PARTIE VISIBLE DES CORPS TERMINÉS PAR DES SURFACES COURBES.

CHAPITRE Ier.

CHAPITRE II.

CHAPITRE III.

FIN DE LA TABLE.

ERRATA.

PAGES	LIGNES	AU LIEU DE	LISEZ
7,	24,	donc *or* est égal au rayon,	donc *or* est perspectivement égale au...
19,	14,	D*f*, D*f*',	D'*f*, D'*f*'
20,	18,	faisant avec D*f*',	faisant avec D'*f*'.
22,	6,	je donnerai à la planche IV,	je donnerai à la planche VI.
27,	24,	quatre fois la ligne FF',	quatre fois la ligne FF'.
44,	10,	les points des deux faces,	les points de fuite des deux faces.
60,	6,	tendent au point F',	tendent au point F.
80,	9,	*v*F²,	*v*F'.
94,	14,	AB, RC, SE, etc.,	A*u*, Q*q*, N*n*, etc.
ibid.,	16,	AB, RC, SE, etc.,	A*u*, Q*q*, N*n*, etc.
95,	19,	menez au point D²,	menez au point D'.
114,	26,	ligne DF' ou K*f*',	ligne DF' ou K'*f*'.
119,	19,	les lignes *o*K,	les lignes *ok*.
134,	24,	des points *z*, *q* etc... *u*,	des points *z*, *q* etc... *l*.
138,	25,	menez *xy*,	menez *x*'*y*'.
142,	13,	K-7Q,	*k*-7Q.
159,	20,	*ir*,	*i*R.
160,	9,	P, S, AQ,	P, S, A, Q.
199,	24,	ABEH',	ABEH.
203,	14,	*hkgp*,	*hkgl*.
214,	19,	cette ligne AB,	cette ligne HL.
218,	7,	fin de la page 12, tome 2,	fin de la page 12, tome 1er.
267,	2,	à *xy*,	*x*'*y*'.

EXTRAIT DU CATALOGUE

De FIRMIN DIDOT, libraire pour les Mathématiques, l'Architecture, la Marine, etc..., et les éditions stéréotypes, rue de Thionville, n° 116 et 1850, à Paris.

Livres nouveaux.

Essai de Statique chimique, par C. L. Berthollet, membre du Sénat, de l'Institut etc., 2 vol. in-8°, br., 12 fr.

Éléments de l'Art de la Teinture, avec une Description de l'Art du Blanchiment par l'acide muriatique oxygéné; seconde édition revue, corrigée et augmentée par C. L. et A. B. Berthollet, 2 vol. in-8°, br., 12 fr.

Mémoire sur la Chaleur, par le comte de Rumford, associé étranger de l'Institut national, in-8° fig., br., 4 fr. 75 c.

Traité de l'Art du Charpentier, approuvé et adopté par l'Institut national, pour faire suite aux Arts et Métiers publiés par l'Académie des Sciences, dédié et présenté au premier consul; par J. H. Hassenfratz. — Premiere partie, in-4° avec planches, br., 18 fr.

Dictionnaire de la Marine anglaise, et traduction des termes de la marine française en anglais; avec des notes et des figures; par Ch. Romme, associé de l'Institut national, 2 v. in-8°, br., 10 f. 50 c.

Théorie purement algébrique des Quantités imaginaires et des fonctions qui en résultent, par Suzemain Missery, in-8°, broch., 5 fr.

Tables de Logarithmes, par M. de Lalande, in-18, br., 2 fr. 50 c.

Tables de Logarithmes, de Callet, in-8°, gr. pap., br. en cart., 13 fr.

Oeuvres de Perronet sur la Construction des Ponts, in-4°, et pl. en atlas, 90 fr.

Architecture hydraulique de Belidor, 4 vol. in-4°, rel., 110 fr.

Nouvelle Architecture hydraulique de Prony. — Tome Ier, in-4° fig., br., 24 fr.
tome II, in-4° fig., br., 36 fr.
tome III, *sous presse.*

Essai sur la Construction la plus avantageuse des Machines hydrauliques, etc., par Fabre, in-4°, br., 13 fr.

Essai sur la Théorie des Torrents et des Rivieres, par le même, in-4°, br., 14 fr.

Architecture française, 4 vol. in-fol.,

Muséum de l'Architecture française, in-fol., *sous presse.*

Traité de Stéréotomie, par Frezier,

Architecture pratique de Bullet, in-8°, relié, 7 fr. 25 c.

Charpenterie de Jousse, in-fol., rel., 18 fr.

Charpenterie de Mesange, 2 vol. in-8°, rel., 14 fr. 50 c.

Charpenterie de Fourneau, en quatre parties in-fol., rel., 45 fr.

Traité analytique de la Résistance des Solides, par Girard, in-4° fig. 13 fr.

Cours de Mathématiques à l'usage de la Marine, par Bezout, 6 vol. in-8°, brochés, 19 fr. 50 c.

Cours de Mathématiques à l'usage de l'Artillerie, par le même, 4 v. in-8°, br. 20 fr.

Cours de Mathématiques à l'usage du Génie, par Bossut, 7 vol. in-8°, br., 37 fr.

Éléments de Géométrie de Legendre; cinquieme édition, in 8°, br., 6 fr.

Cours de Mathématiques de Lacroix,

Cours de Mathémathiques de Para Duphanjas, in-8°, rel., 7 fr.

Éléments de Mathématiques de Roger Martin, in-8°, br., 6 fr.



